c10

* محاضره رياح وزلازل $\boxed{1}$

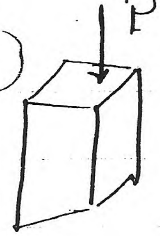
Mode shapes & M.D.o.F

* معنى ال mode shapes :- حل معادله Homogenous مرتبط القيم ليساوي صفر Eign value

* أنواع المشاكل ① Response problem
المنشأ له معادله ضد عوامل خارجيه

② Eign value

* Static


P

تقابلها في منشآت معينه مثل :-

حمل يزيد مع الوقت ومره واحده العمود ينهار ← بسبب أنه العمود عمله Buckly بنسبه كبيره أوى

* Dynamic

بنقابل برضه مشاكل Eign value problem عند حدوث حركه ديناميكيه للمنشأ

* الهدف من دراسة ال Mode Shapes :-

خالك انه لها اهمية كبيرة جداً . حيث انها تجعلنا

نتعامل بسهولة مع Multi Degree عن طريق الـ SuperPosition

اننا بنمسك كل Mode كل واحد لوحده وكله وفي النهاية نجمعهم مع بعض

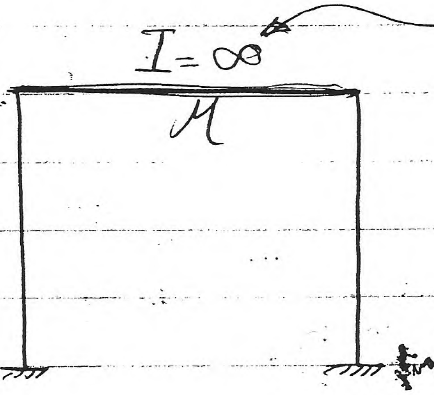
* أول مثال في المحاضرة

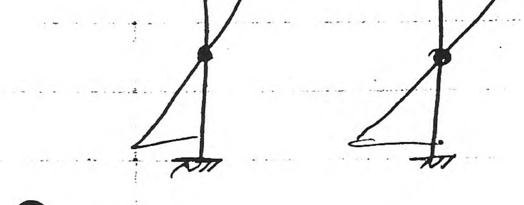
Shear Building

هنا هنأخذ مثال بسيط في دور واحد فقط

* Shear Building → الأعمدة فقط .. → هنا الكمرة بالنسبة لها stiffness عالية جداً $\boxed{I=\infty}$ .. من اللي تحدث فيها sway لذلك هنفترض البلاطة

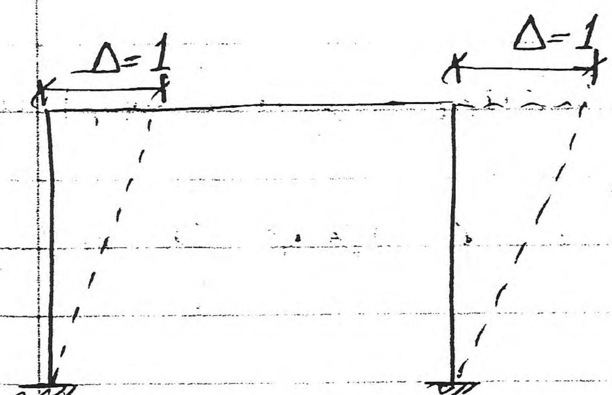
حركة جانبية →





* تعالى ندرس الـ sway للمنشأ هيتولد

* Sway



يتولد عزوم على العمود بحيث أنها تحزم العمود وترجعه لمكانه الأصلي

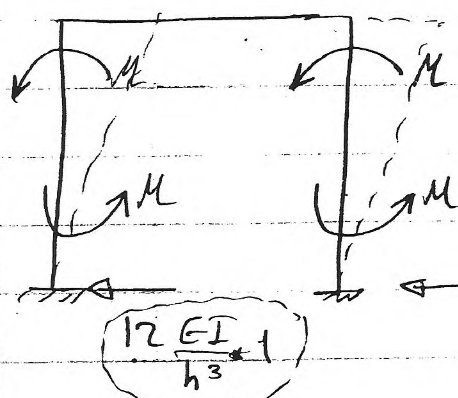
↓

عشان نحسب الـ Stiffness ← هنعمل حركة جانبية مقدارها الوحده

↓

Stiffness → هي القوة التي تسبب حركة في المنشأ مقدارها الوحده

وهي دي اللي احنا عاوزين نحسبها للمباني الـ M.D.O.F



$$\text{Momat} = 6\frac{EI}{h^2} * \overset{\Delta}{1}$$

$$\frac{12EI}{h^3} * 1$$

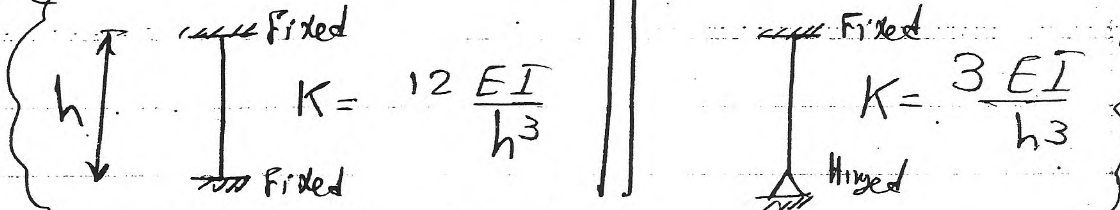
$$12\frac{EI}{h^3} * \overset{\Delta}{1}$$

* هي دي القوى التي بتسبب حركة جانبية مقدارها الوحده

$\therefore K = \text{Stiff.} = \sum F_{\text{Colums}}$ مجموع القوى التي تقاوم حركة المنشأ مقدارها الواحد.

$$= 2 * 12\frac{EI}{h^3}$$

← من هنا ممكن نحسب ال Stiffness لأي عدد من الأعمدة و لها قيم ممكن نحفظها



← بعد ما نحسب ال K ← ممكن نحسب كل العوامل بقى .....

$$* \ \omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$$

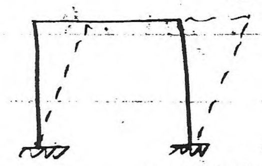
$$* \ T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$* \ f = \frac{1}{T}$$

الخصائص الديناميكية ليس لها علاقة بقيمة قوة الزلزال خالص ولكنها تعتمد على خواص المنشأ نفسها

خد بالك: احنا شغلنا على دور واحد

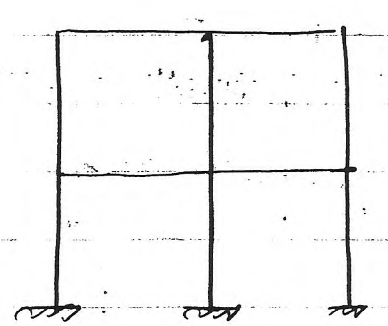
فقط لذلك ملوش غير Mode واحد فقط



"Single Degree of Freedom"
SDOF

← طب لو خدنا مبنى مكون من دورين

هنا فيه أكتر من دور



"Multi Degree"

↓

هنا يأتي ميزة Modes of Shapes ← احتمالات حركة المنشأ بشكل عام

↓

هندرس كل دور لوحده خالص وفي الآخر

نعمل Super Position

↓

من الصعب جدا تحديد شكل عام لحركة المنشأ ولذلك استخدمت

طريقة الـ Super Position: نفترض اننا ثبتنا دور معين ومنعناه

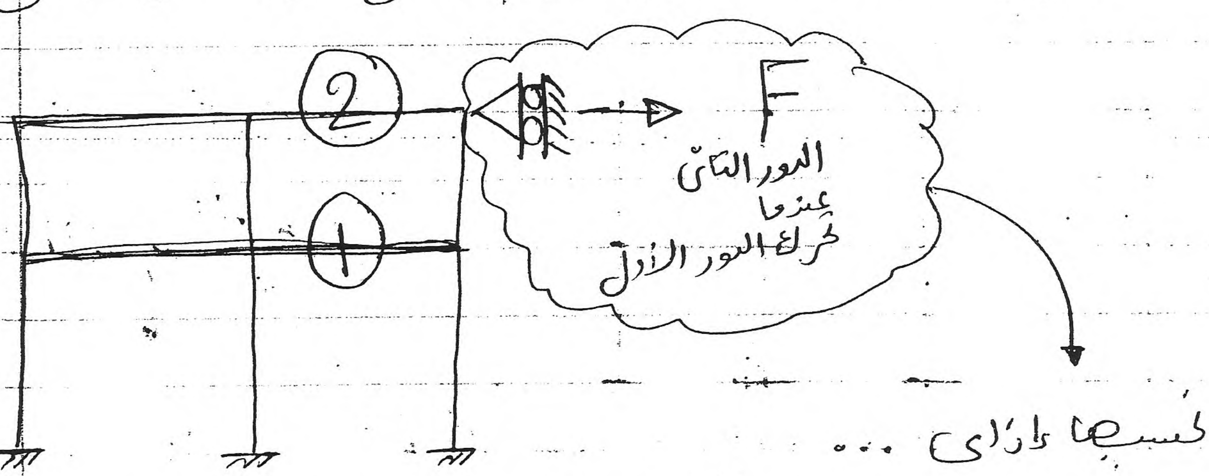
من الحركة وبعدين ندرس حركة الدور الأخر وتأثيرها في الـ Moment والـ Shear

← وازاى نمنع حركة دور .... بسيطة .... هنحط support

احنا اللى افترضناه من عندنا ونحسب الـ force الناتجة عنه

← وطبعاً فى البداية لازم نفرض اتجاه الـ force دى

ولو طلعت +ve يبقى الفرض صحيح والعكس صحيح

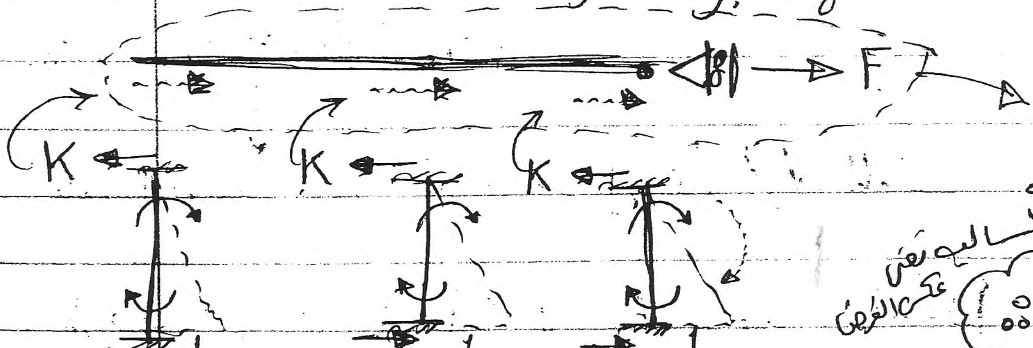


نحسبها ازاى ...

هى عبارة عن مجموع القوى المؤثرة على الدور التانى عندما سمحنا

للدور الأول بالحركة الجانبية ← للتسهيل ممكن نعمل Free Body Diagram

لكن انت بعد كده هتعملها بمجرد النظر .



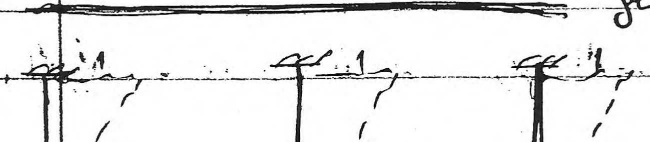
$\Sigma F_x = 0$

$\therefore K + F = 0$

السالب يعنى عكس الفرض

$\therefore F = -K$

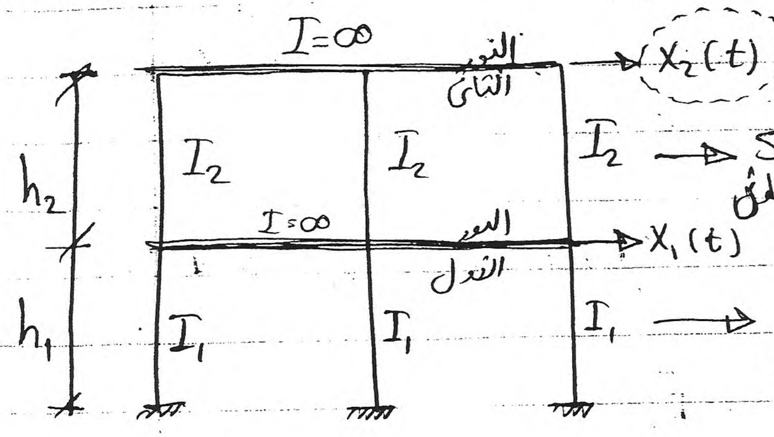
لازم نعمل تسمية لكل رمز تعبر عن اللى حصل



F_{20} || K_2

مثال رقم ② في المحاضرة

"Multi Degree of freedom"



حركة الدور الثاني مع الزمن $X(t)$

$I_2 \rightarrow$ Stiffness للدور الثاني

(جمعنا مقاومة الأعمدة في الدور الثاني)

$$K_2 = \Sigma \frac{12EI_2}{h_2^3}$$

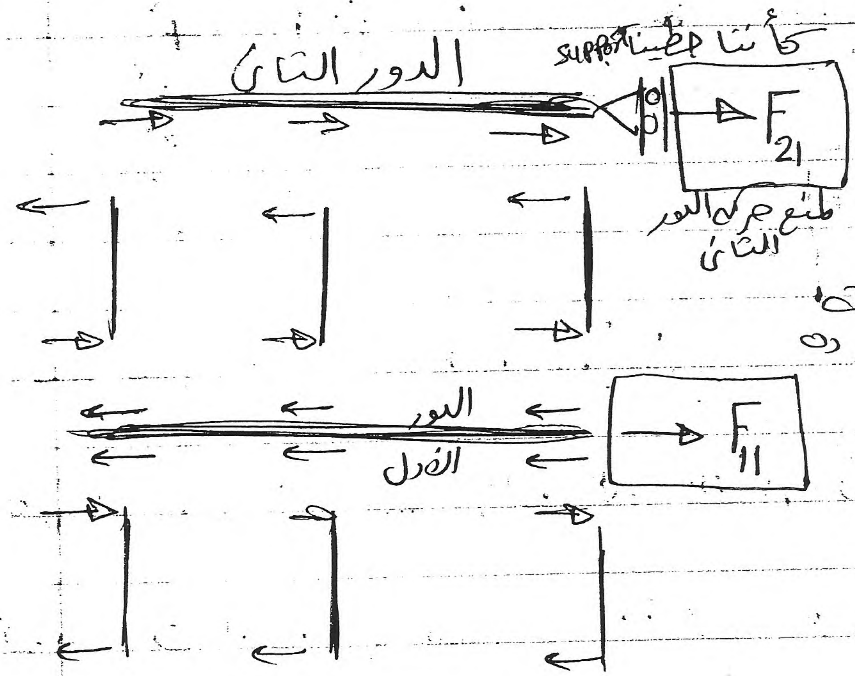
$I_1 \rightarrow$ Stiffn للدور الأول

$$K_1 = \Sigma \frac{12EI_1}{h_1^3}$$

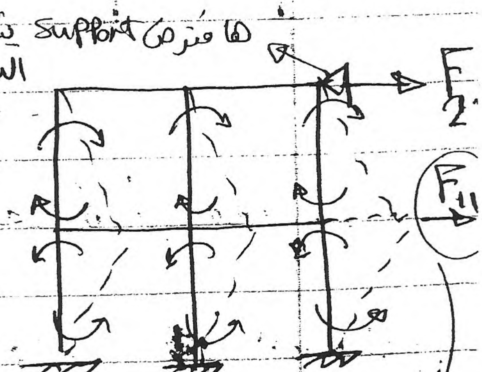
(جمعنا مقاومة الأعمدة في الدور الأول)

Free Body Diagram → كدة الدور الأول فقط وندرس Shear & Moment في كل عمود وكل دور

فاكر زمان اللي .... كنا بنفكك الـFrame لوصلاته الرئيسية



Mode ①



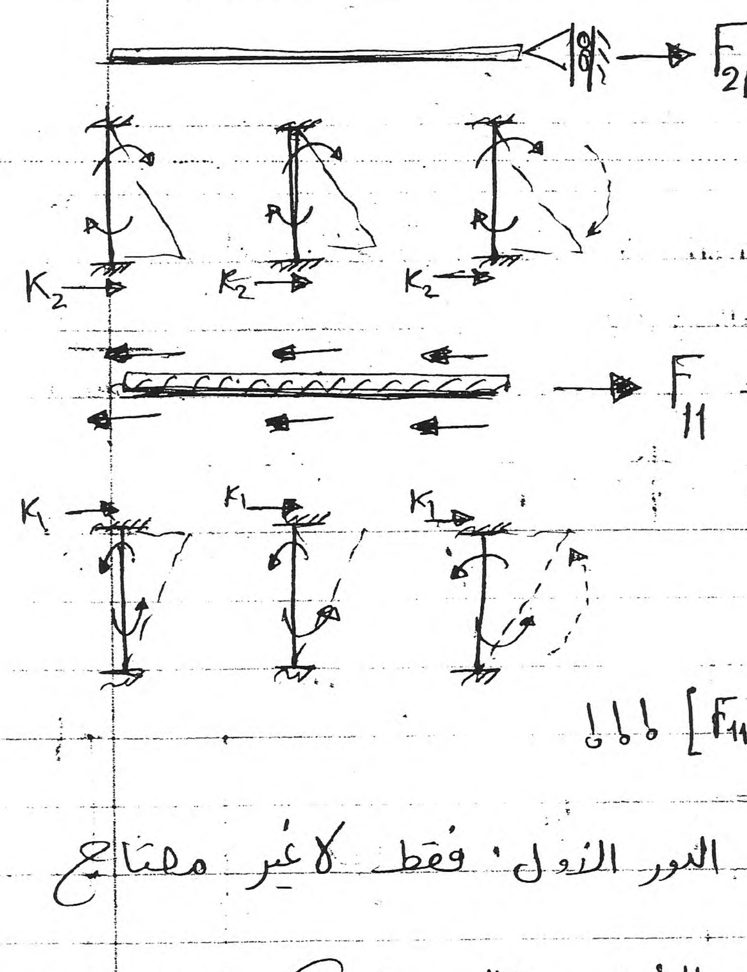
التسمية

لاحظ اننا حطينا support عند الدور الثاني عشان يثبته وميتحركش

⟸ خد بالك ....

* لحساب ⟵ F_{11} القوة المولدة عند الدور الأول
عندما تحدث الحركة بوحدة في الدور الأول

هانعمل بنفس الطريقة برضه (Free Body Diagram)



$$F_{11} = (K_1 + K_2) \oplus$$

بالموجب
↓
القوة مع اتجاه الفرض

⟸ يعني ليه بقى $[F_{11} = K_1 + K_2]$!!!

يعني لو حضرتك عاوز تحرك الدور الأول فقط لا غير محتاج

قوة تتغلب على مقاومة الأعمدة اللي ماسكة في الدور الأول

سواء كانت الأعمدة دي من تحت أو من فوق لذلك كانت

مقاومة الحركة : مجموع مقاومات الدور الأول والدور الثاني

$\therefore \; F_{11} = + \left[K_1 + K_2 \right]$

$\therefore \; F_{21} = - K_2$ ⇒ عكس الاتجاه

⇒ فاكر ⇒ force = Stiff. * Disp.

x_1

x_2

$$\begin{bmatrix} K_1+K_2 & \\ -K_2 & \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \text{ext.} \\ \text{force} \\ !!! \end{Bmatrix}$$

لما حركنا الدور الأول مسافة $\boxed{X_1}$

كانت الـ Stiffness للدور الأول (K_1+K_2)

والدور التاني $(-K_2)$

ودى دى طريقة تكوين

* Stiffness Matrix

اللى عملناه مع الدور الأول هاعمله مع الدور التاني

بالضبط

← ركزوا ...... عند حركة الدور الأول وجدنا

أن أعمدة الدور الأول وكذلك أعمدة الدور الثاني

هيتأثروا بالحركة دي ..... لذلك تظهر معايا مقاومة

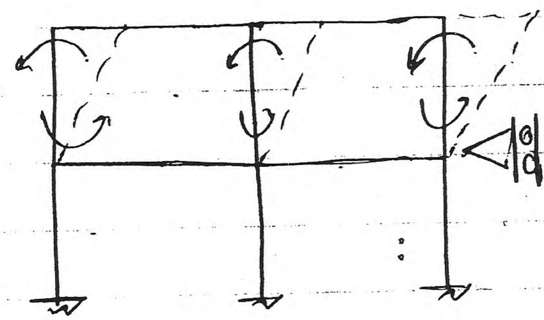
الدورين الأول والثاني $(K_1 + K_2)$

← أما عند حركة الدور الثاني فقط ..... نلاقي أعمدة

الدور الثاني فقط هي اللي هتتأثر وأعمدة الدور الأول

لم تشعر بهذه الحركة ..... لذلك يظهر معايا K_2 فقط

Mode (2)



$\rightarrow F_{22} = K_2$

$\rightarrow F_{12} = -K_2$

$$\begin{bmatrix} & -K_2 \\ & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Mode (2)
فقط

← نعمل Super Position نجمع ال Two Modes

$$\begin{bmatrix} (K_1+K_2) & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}$$

Stiffness Matrix

لازم يكون متماثلة
حول ال Diagonal

Eign Value → قيم حل المعادلة الـ Homoge عندما نفرض الـ Det يساوي صفر

Eign Vector → تكون بأحد الحلول

ونحسب الحل الثاني بدلالة الأول

عن طريق وضع قيمة يساوي 1 :

$$[M] = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix}$$

$$[K]\underset{\sim}{X} + [M]\underset{\sim}{\ddot{X}} = 0$$

$$\boxed{\underset{\sim}{\ddot{X}} = -\omega^2 \underset{\sim}{X}}$$

العلامة دي معناها vector

$$\Rightarrow M\ddot{X} + KX = 0$$

Assume $X = A\cos\omega t + B\sin\omega t$

$$\ddot{X} = -\omega^2 (A\cos\omega t + B\sin\omega t)$$

$$\underset{\sim}{\ddot{X}} = -\omega^2 \underset{\sim}{X}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$\ddot{X} + \omega^2 X = 0 \quad ; \quad \ddot{X} + \frac{K}{m}X = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$\begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = 0$$

تعالى نفتكر جزء بي ٣ مدني ... Viberations

فاكر عبد حاله Free undamped

external forces = Zero

C = 0

$$M.\ddot{X} + C\dot{X} + K.X = F_{ext.}$$

Dynamic Force

Free undamp.

$$\boxed{M.\ddot{X} + K.X = Zero}$$ ..... فاااكر

هذه المعادله تسمى معادله صفريه يعنى بتساوى صفر

ولكن أكيد الـ K و X و $\ddot{X}$ لا يساووا الصفر

هنا تظهر مشكله رياضيه ... معادله صفريه حلولها لا تساوى الصفر ... طب نعملها ازاى دى يا باشمهندس !!!!

درسنا شكل الحركه الاهتزازيه و أوجدنا لها معادله

*Disp. = $X = A.\cos\omega t + B\sin\omega t$

فااكر .....

$$\therefore \ddot{X} = -\omega^2 (A\cos\omega t + B\sin\omega t)$$

$$\therefore \left[\ddot{X} = -\omega^2 * X\right]$$

خد بالك

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \Rightarrow \therefore \boxed{\omega^2 = \frac{K}{M}}$$

ثابتات مش معلومة

ملك تخصصك كن

فوضع ه ...

$$\therefore \ddot{X} = -\frac{K}{M} * X$$

$$\therefore \ddot{X} + \frac{K}{M} \cdot X = 0 \quad ; \quad \boxed{\ddot{X} = -\omega^2 X}$$

هاعوض بيها في معادله الحركه الأساسيه

$$M \ddot{X} + K X = 0$$

$$\therefore -M\omega^2 X + K X = 0$$

$$\therefore K X - \omega^2 M X = 0$$

$$\therefore \left[K - \omega^2 M\right] X = 0$$

واحنا دايماً متعودين أنه لو شوفنا الصوره

Force = أي رقم * Displacement

K = Stiffness هو الـ ← بيقى دايماً

بس هنا هو مقاومه الحركه بشكل عام Global

لذلك هاديله رمز K^{*} star

∴ $[K - \omega^2 M] * X = 0$

$$\downarrow$$

$$K^{*} * X = 0$$

براحه كده بقى ←.... هو احنا بنعمل كل ده ليه !!

والله أنا نفسي أحدد الخواص الديناميكيه لمنشأ مكون

من أكثر من دور مثل $[\,f\,,\ T\,,\ \omega\,]$ وعشان أحدد

كل ده لازم يبقى معايا الـ Stiffness للمبنى كله ∴

لذلك فضلنا نفسر ورا المعادلات لحد ما وصلنا

وصلنا هنا لمشكلة رياضية أنه دى معادلة صفرية

وحلها لا يساوى صفر ..... اكتشفنا حل رياضى لها

إننا نحسب الـ determined للـ K^* ونساويها بالصفر

من هنا عرفنا نحل هذه المسألة

$$\therefore [K^*]\underset{\sim}{X} = 0$$

$\downarrow$

<u>Sol.</u>

$\Downarrow$

$$\therefore \left\| [K] - \omega^2 [M] \right\| = 0$$

$\Rightarrow$ get ω_1^2 & ω_2^2 $\Rightarrow$ Eigen values

$\omega_1^2 \rightarrow$ mode (1)

$\omega_2^2 \rightarrow$ mode (2)

بعد كده ناخذ كل mode ع حدا ونحسب X_1 , X_2
وذلك بالتعويض فى المعادلة

$$[K^*]\underset{\sim}{X} = 0$$

ولكن تظل لدينا مشكلة ؟!!!

← خد بالك ... احنا هدفنا نحدد الـ mode of shapes

يعني شكل الحركه المتوقع للمنشأ تحت تأثير الأحمال الجانبيه

← لذلك ممكن نفرض أنه $\boxed{X_1 = 1}$ ونحسب القيمه المناظره

للـ $\boxed{X_2}$ عندما $\boxed{X_1 = 1}$ وده بيحدد نسبة الازاحه

اللي حدثت للدور الأول بالنسبه للدور الثاني ولا تحدد

قيمة الازاحه بالضبط عند كل دور .... هذه القيم

تسمى Eigen Vector .... بس كده

⟸ كيف نحسب الـ determinant للمصفوفات ؟؟

$\boxed{1}$ Matrix 2x2 $\quad [K] = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$

$$\therefore \|K\| = A*D - B*C$$

$\boxed{2}$ Matrix 3x3 $\quad [K] = \begin{bmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{bmatrix}$

$$\therefore \|K\| = +A(E*I - F*H) - B(D*I - F*G) + C(D*H - E*G)$$

محاضرة رقم ②

د/أيمن
2/3/2016

← بداية المحاضرة كانت مراجعة ع المحاضرة الأولى بالضبط

← المرة اللى فاتت عرفنا أنه فيه معادلة صفرية حلولها لا تساوي صفر

هذه المشكلة تسمى Eign Value problem :

← عرفنا أنه علشان أننا نحسب الـ deter. للـ K^*

وكده احنا هنحصل ع Eigen Values ألتي من مجهول

← بعد كده نعوض بأي مجهول فيهم يساوي 1 ونروح نحسب

المجهول الآخر وده يسمى Eigen Vector

$$\therefore \; M\ddot{X} + KX = 0$$

$$\therefore \begin{bmatrix} K_1+K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 60 & 0 \\ 0 & 30 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$\left(\because \ddot{X} = -\omega^2 X \right)$$

$$\therefore \left[[K] - \omega^2 [M] \right] X = 0$$

$$\therefore \begin{bmatrix} 2K-60\omega^2 & -K \\ -K & K-30\omega^2 \end{bmatrix} * \underset{\sim}{X} = 0$$

* Eigen Value Problem
[Homgenous Equation]

نأخذ الـ det. لهذا الطرف لإيجاد حل المعادله

اللي اتشفى الكلام ده عالم اسمه كرامر

معلومه رياضيه

مثال

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \Longrightarrow \text{Det.} = [A * D - B * C]$$

هو ده

$$\therefore (2K - 60\omega^2)(K - 30\omega^2) - K^2 = 0$$

$$\therefore \omega^2 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

حل معادله تربيعيه (كما تعلمنا في ثانوي عام)

$$\therefore \omega_1^2 = 600$$

$$\therefore \omega_2^2 = 103$$

تسمى Eigen Values

نروح بقى نعوض بيهم في المعادله

$$\begin{bmatrix} 2K-60\omega^2 & -K \end{bmatrix}$$

① when $\omega_1^2 = 600 \Rightarrow$ Mode ①

$$\therefore \left(2K - 60(600)\right)X_1 - K X_2 = 0$$

هنا بقى هاستخدم طريقة ايجاد
Eigen Vector
عندنا X_1 و X_2 مجهولين

$\downarrow$

هافرض $X_1 = 1$ $\leftarrow$ وهاجيب X_2

لاحظ الاشارة السالبة

$\therefore$ Put $X_1 = 1 \Rightarrow X_2 = (-)1.414$

---

② when $\omega_2^2 = 103 \Rightarrow$ Mode ②

$$\therefore \left(2K - 60(103)\right)X_1 - K X_2 = 0$$

$\therefore$ Put $X_1 = 1 \Rightarrow X_2 = (+)1.414$

لاحظ الاشارة الموجبة

← معنى ال X_1 و X_2 ← خلى بالك هذه

القيم ليست قيم إزاحة حقيقية!!!!

أنا هدفى أحدد الإزاحة النسبية اللى بتحصل بين الدورين

أو من الآخر ... X_1 و X_2 دول مش إزاحات ولكن

قيم تعبر عن نسبة حركة الدور الثانى مثلاً بالنسبة للدور الأول

وعلشان كده كنا بنعوض بأى $\boxed{X_1 = 1}$ مش مهم عندى

القيمة فى ال Absolute .... ولكن مهم النسبة بينهما $\boxed{\dfrac{X_2}{X_1}}$

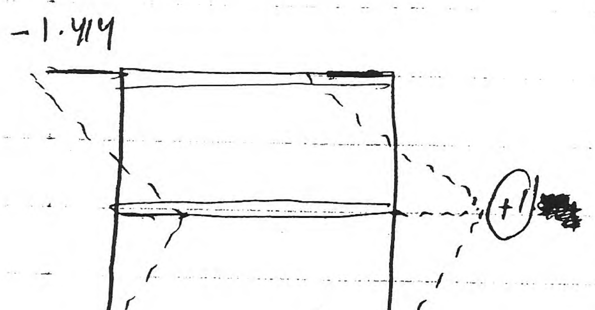
وكمان يهمنى الاشارات ... هل X_1 و X_2 لهما

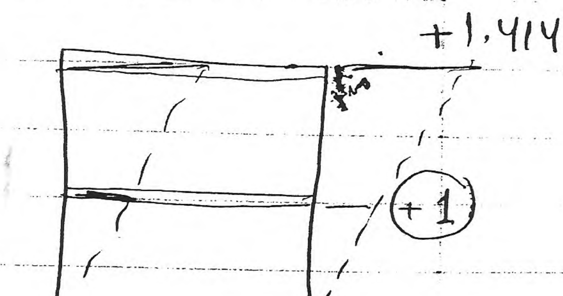
نفس الاشارات ولا لأ ← ولنشوف بقى شكل

ال modes of shape

mode ①

mode 2





More critical