

*Archivo*

# FOLLETO DE PROBLEMAS RESUELTOS

DE

*-tio*

## FÍSICA C

### SEGUNDO PARCIAL

- CORRIENTE D.C.
- CAMPO MAGNÉTICO
- FUENTES DE CAMPO MAGNÉTICO
- LEY DE FARADAY
- INDUCTANCIA
- CIRCUITOS C.A.

AUTOR:

## CARLOS RODRÍGUEZ P.

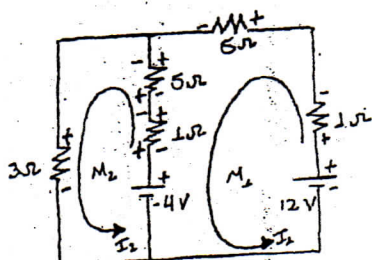
AEFIEC 2008

Problemas resueltos de Física G

Carlos Rodríguez P.

Circuitos de Corriente Continua

1. Determine la corriente en cada rama de la figura



L.V. k M1

$$+12 - (I_1 - I_2) - 5I_1 - 5(I_1 - I_2) - 1(I_1 - I_2) + 4 = 0$$

L.V. k M2

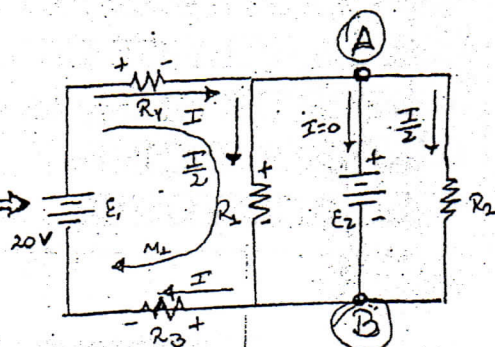
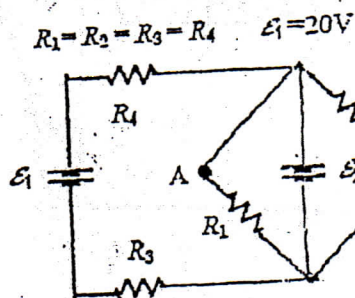
$$+4 - 1(I_2 - I_1) - 5(I_2 - I_1) - 3I_2 = 0$$

$$\begin{cases} 12I_1 - 6I_2 = 12 \\ -6I_1 + 9I_2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} I_1 &= 1,833 \text{ A} \\ I_2 &= 1,667 \text{ A} \end{aligned}$$

2. La batería  $E_1$  tiene un valor de 20 V. El valor de  $E_2$  no es especificado. El valor de esta fuente se ajusta de tal forma que no fluye corriente a través de ella. Las cuatro resistencias son iguales pero sus valores no son especificados.

- Si 20 W son disipados en  $R_3$  ¿cuánta potencia es disipada en  $R_2$ ?
- ¿Cuál de las alternativas da la relación correcta entre el voltaje  $V_a$  y  $V_b$  en los puntos A y B referidos en el diagrama del circuito siguiente?
  - $V_a > V_b$
  - $V_a = V_b$
  - $V_a < V_b$
- Encuentre el valor de  $E_2$  de tal forma que no fluya corriente a través de esta batería.



$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$$

Asumir I

L.V. k M1

$$20 - IR - \frac{I}{2}R - IR = 0$$

$$\therefore I = \frac{8}{R} = \frac{5}{2}$$

$$P_{R3} = I^2 R$$

$$20 = \frac{64}{R^2} R$$

$$a) P_{R2} = \left(\frac{I}{2}\right)^2 R$$

$$P_{R2} = \frac{20}{16} \cdot \frac{16}{8}$$

$$P_{R2} = 5 \text{ W}$$

$$b) V_a > V_b$$

$$c) E_2 = \frac{I}{2} R$$

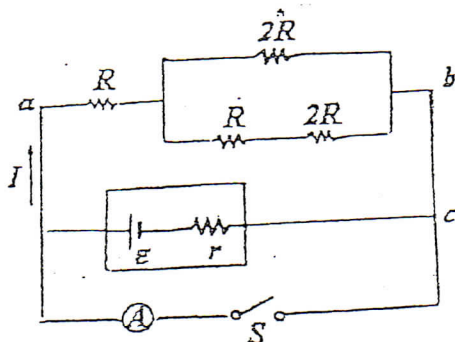
$$E_2 = \frac{5}{4} \cdot \frac{16}{8}$$

$$E_2 = 4 \text{ V}$$

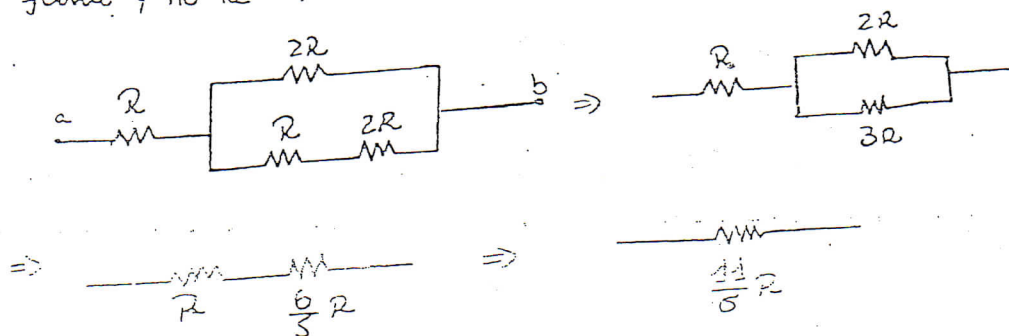


3. En el circuito que se muestra se conocen los valores de  $I$  y  $R$ , en tanto que la fem y la resistencia interna de la batería se desconocen. Cuando el interruptor  $S$  se cierra, el amperímetro registra  $20I$ . Cuando se abre el interruptor, encuentre

- La resistencia externa total
- La diferencia de potencial entre  $a$  y  $b$
- La fem de la batería
- La resistencia interna  $r$  de la batería
- La corriente en el resistor marcado con \*
- La potencia disipada por el resistor marcado con \*
- En el circuito original, suponga que se inserta un capacitor descargado  $C$  entre  $b$  y  $c$ . ¿Cuánto tarda el capacitor en adquirir una carga  $q = CIR$ ?



- a) Reducimos el circuito recordando que  $r$  es la resistencia interna de la fuente y no la tomamos en cuenta para la resistencia equivalente total



$$R_{ext} = \frac{11}{5} R$$

b)  $V_{ab} = I R_{ext}$

$$V_{ab} = \frac{11}{5} RI$$

c) fem de la batería

$$\begin{cases} E - \frac{11}{5} RI - rI = 0 \\ E - 20rI = 0 \end{cases} \Rightarrow E = \frac{44}{19} RI$$

d) La resistencia interna  $r$  de la batería

$$\mathcal{E} - 20rI = 0 \rightarrow r = \frac{11}{95} R$$

e) La corriente en el resistor marcado con \*

$$I^* = I \left( \frac{3R}{3R + 2R} \right)$$

$$I^* = \frac{3}{5} I$$

f) La potencia disipada por el resistor marcado con \*

$$P^* = (I^*)^2 R^* = \left( \frac{3}{5} I \right)^2 (2R) \Rightarrow P^* = \frac{18}{5} I^2 R$$

g) Para un circuito donde se introduce un capacitor serie al circuito en mención la ecuación de carga de este capacitor es  $q = CE(1 - e^{-t/\tau})$

$$\tau = R_T \cdot C = \left( \frac{11}{5} R + \frac{11}{95} R \right) C = \frac{44}{19} RC$$

$$q(t) = CE(1 - e^{-t/\tau})$$

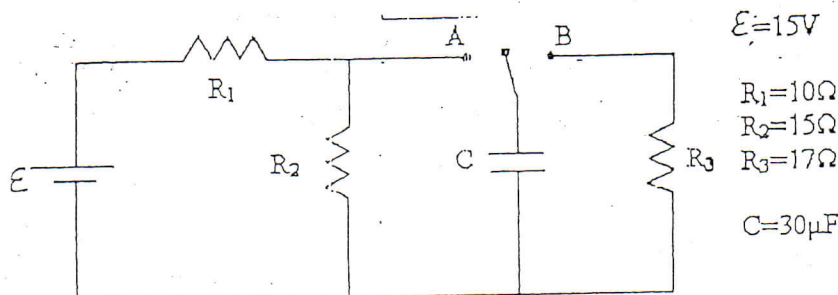
$$CIR = \frac{44}{19} CE(1 - e^{-t/\tau}) \Rightarrow e^{-t/\tau} = \frac{25}{44}$$

$$-t = \tau \ln\left(\frac{25}{44}\right)$$

$$t = 1,31 RC$$



- ¿Cuál es la corriente  $I_1$  a través del resistor  $R_1$  al instante de mover el interruptor a la posición A?
- Determine el valor de la energía almacenada  $U$  en el capacitor después de que el interruptor estuvo en la posición A por un tiempo muy largo.
- Determine el valor de la corriente a través de la resistencia  $R_3$  al instante de pasar el interruptor a la posición B, después de que el interruptor permaneció un tiempo muy largo en la posición A.



4.

$t=0 \rightarrow R_2 \rightarrow$  redundante.

$$I = \frac{E}{R_1} = \frac{15}{10} = 1.5A$$

5.  $t > 5\tau$  (Infinito)

$$V_C = E \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

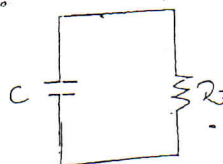
$$V_C = 15 \cdot \frac{15}{25} = 9V$$

$$U = \frac{1}{2} C V_{max}^2$$

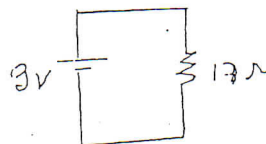
$$U = \frac{1}{2} (30 \times 10^{-6}) (9)^2$$

$$U = 1.22 \text{ mJ}$$

6.

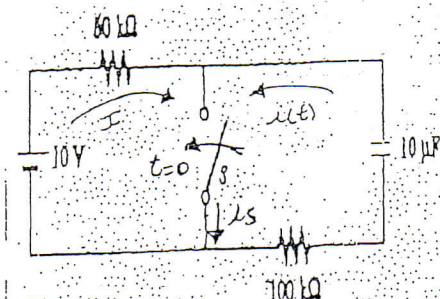


$$I = \frac{9V}{17\Omega} = 0.53A$$



- En el circuito de la figura, el interruptor S ha estado abierto durante un largo tiempo. Luego se cierra repentinamente. Calcule la constante de tiempo. Antes de cerrar el interruptor y después de cerrarlo.

Si el interruptor se cierra en  $t=0$  s, determine la corriente a través de él como una función del tiempo.



Antes que 0 (Capacitor se carga completamente)

$$V_C = 10V$$

$$I_{max} = \frac{10V}{100k} = 1 \times 10^{-4} A$$

La corriente que pasa por S se compone de 2 corrientes la primera que es constante en el tiempo (fuente) y la otra decae exponencialmente por el C.

$$i_S(t) = I + i(t) \quad \tau_{descarga}$$

$$= \frac{10}{100k} + I_{max} e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow i_S(t) = (0.2 + 0.1 e^{-t/1}) \text{ mA}$$

Constante de tiempo antes de cerrar S

$$R_{eq} = 50k + 100k$$

$$R_{eq} = 150k$$

$$C = 10\mu F$$

$$\tau = R_{eq} C = (150 \times 10^3) (10 \times 10^{-6}) = 1.5 [s]$$

Constante de tiempo después de cerrar S

$$\tau = (100k) (10\mu F) = 1 [s]$$

8. El gráfico muestra un circuito que consiste en una batería, una bombilla, dos grandes placas paralelas de metal sin carga, separadas una distancia muy pequeña, y un interruptor. ¿Cuál de las siguientes alternativas describe mejor la intensidad de la luz que sería emitida por la bombilla si se cerrara el interruptor en el circuito dibujado arriba?

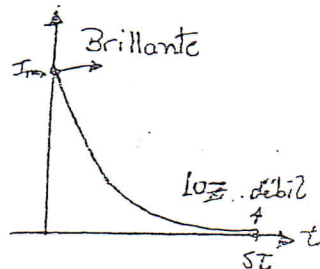
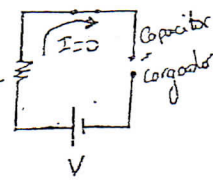
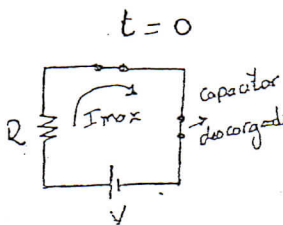
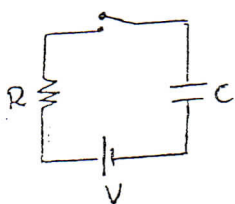


- (4 Pts)
- La bombilla no se encendería
  - La bombilla emitiría inicialmente una luz brillante que posteriormente se amortigua
  - La bombilla emitiría inicialmente una luz débil que posteriormente es más brillante
  - La bombilla emitiría una cantidad constante de luz igual de brillante que si la bombilla y la batería son conectadas con alambre directamente.
  - La bombilla emitiría una cantidad constante de luz, pero más débil que si la bombilla y la batería son conectadas con alambre directamente.

1. Foco es una Resistencia

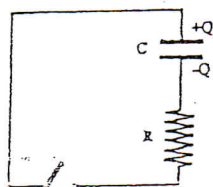
Se cierra el circuito

$t > 5\tau$



R: Literal B

9.



Un capacitor de  $3\mu F$  con un carga inicial de  $63\mu C$  se descarga a través de un resistor de  $25[k\Omega]$ .

- Calcule la intensidad de corriente en el resistor  $8[ms]$  después que el resistor se conecta a través de las terminales del capacitor.
- ¿Qué carga queda en el capacitor después de  $6[ms]$ ?
- ¿Cuál es la máxima intensidad de corriente que alcanza en el resistor?

Datos del Capacitor

$$C = 3\mu F \quad q_0 = 63\mu C$$

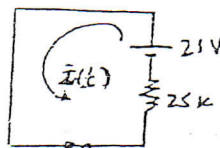
$$V = \frac{q}{C} = \frac{63\mu C}{3\mu F}$$

$$V = 21 [V]$$

$$\tau = RC$$

$$\tau = (25k)(3\mu F)$$

$$\tau = 0,075 [s]$$



$$I_{max} = \frac{21V}{25k} = 8,4 \times 10^{-4} A$$

$$i(t) = I_{max} e^{-t/\tau}$$

$$a) i(t) = 8,4 \times 10^{-4} e^{-t/0,075}$$

$$t = 8 \times 10^{-3} s \Rightarrow i(8 \times 10^{-3}) = 8,4 \times 10^{-4} e^{-\frac{8 \times 10^{-3}}{0,075}}$$

$$i(8 \times 10^{-3}) = 7,55 \times 10^{-4} A$$

$$b) q = Q_{max} e^{-t/\tau}$$

$$q(4) = 63\mu C e^{-t/0,075}$$

$$q(6 \times 10^{-3}) = 63\mu C e^{-\frac{6 \times 10^{-3}}{0,075}}$$

$$q(6 \times 10^{-3}) = 58,186 \mu C$$

- c) La máxima corriente circulará justo en el instante que se cierra el interruptor  $t=0$

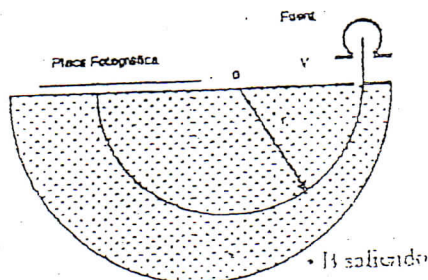
$$I_{max} = \frac{21V}{25k} = 8,4 \times 10^{-4} A$$

## Campo Magnético

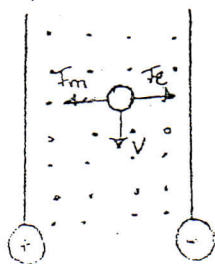
10. En un espectrómetro de masa tal como se muestra la figura, los iones  $Mg(24u.m.a.)$  con carga  $+e$ , son acelerados por una diferencia de potencial de 1000 V, entrando luego de un selector de velocidad, pasando a continuación a una región semicircular donde hay un campo magnético de 0.6T.

DATOS: carga del electrón  $1.6 \cdot 10^{-19} C$ ;  $1u.m.a. = 1.66 \cdot 10^{-27} Kg$ .

- Determinar el módulo, dirección y sentido del campo eléctrico en el selector de velocidades de modo que el ión <sup>40</sup>resulte desviado, suponga que en el selector de velocidades el campo magnético tiene el mismo valor de 0.6T.
- El radio de la trayectoria de dicho ión en la región semicircular.



- a) • B (Saliendo) selector de velocidades



Para que el ión NO se desvíe

$$F_m = F_e$$

$$qvB = qE \Rightarrow v = \frac{E}{B} \quad (1)$$

$$U_0 = kv^2 \text{ (conservación de la energía)}$$

$$qV = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \quad (2)$$

$$(1) \times (2) \Rightarrow E = \sqrt{\frac{2qV}{m}} B = \sqrt{\frac{2(1.6 \times 10^{-19})(1000)}{24(1.66 \times 10^{-27})}} (0.6)$$

$$E = 5.38 \times 10^4 \text{ [V/m]}$$

- b)

$$F_B = F_c$$

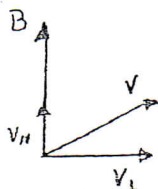
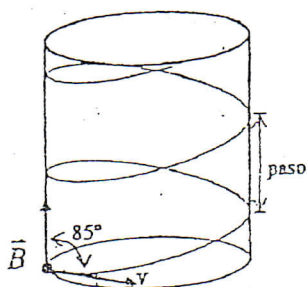
$$qvB = m \frac{v^2}{r}$$

$$v = 90 \times 10^3$$

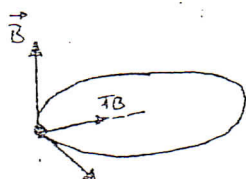
$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{(24)(1.66 \times 10^{-27})(90 \times 10^3)}{(1.6 \times 10^{-19} \times 0.6)} = 0.037 \text{ m}$$



11. Un protón (electrón cargado positivamente) de 20 [eV] de energía, se dispara en una región donde existe un campo magnético uniforme  $\vec{B}$  de 400 [ $\mu T$ ], con su velocidad formando un ángulo de  $85^\circ$  con el vector  $\vec{B}$ . Hallar el periodo, el paso y el radio de la trayectoria helicoidal.



$$\begin{aligned}\vec{F}_B &= q \vec{v} \times \vec{B} = q (\vec{v}_{||} + \vec{v}_{\perp}) \times \vec{B} \\ \vec{F}_B &= q \vec{v}_{||} \times \vec{B} + q \vec{v}_{\perp} \times \vec{B} \\ \vec{F}_B &= q v B \sin \theta\end{aligned}$$



$$F_B = \frac{m v_{\perp}^2}{r} \Rightarrow q v_{\perp} B = \frac{m v_{\perp}^2}{r}$$

$$\frac{q B}{m} = \frac{v_{\perp}}{r}$$

$$q B r = m v \sin \theta \quad (1)$$

Por otro lado  $K = \Delta U + \frac{1}{2} m v^2 = U \rightarrow v = \sqrt{\frac{2U}{m}} \quad (2)$

$\therefore$  (2) en (1)  $q B r = m \sqrt{\frac{2U}{m}} \sin \theta$

$$r = \frac{\sqrt{2mU}}{qB} \sin \theta$$

$$\Rightarrow v_{\perp} = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi r}{v_{\perp}} = 2\pi \frac{m}{qB}$$

Además, en el tiempo  $T$  la partícula "vuelve" a con rapidez  $v_{||} = v \cos \theta \Rightarrow$

$$p = v \cos \theta \cdot T = \sqrt{\frac{2U}{m}} \cos \theta \cdot \frac{2\pi m}{qB} = \sqrt{2Um} \cos \theta \frac{2\pi}{qB}$$

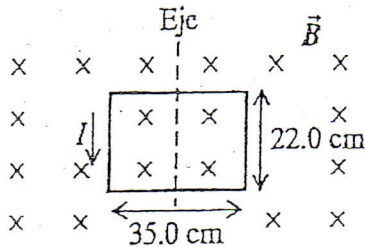
Numéricamente

$$T = \frac{2\pi (9,11 \times 10^{-31})}{1,6 \times 10^{-19} \cdot 400 \times 10^{-6}} = 8,9 \times 10^{-6} [s]$$

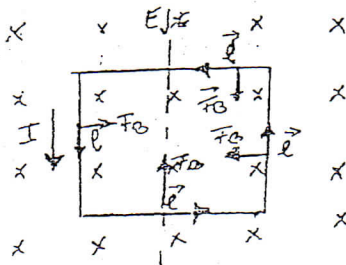
$$p = \sqrt{2(9,11 \times 10^{-31})(20 \times 1,6 \times 10^{-19})} \cos 85^\circ \frac{2\pi}{1,6 \times 10^{-19} \cdot 400 \times 10^{-6}} = 6,6 \times 10^{-3} [m]$$

$$r = \frac{\sqrt{2(9,11 \times 10^{-31})(20 \times 1,6 \times 10^{-19})}}{1,6 \times 10^{-19} \cdot 400 \times 10^{-6}} \sin 85^\circ = 3,8 \times 10^{-2} [m]$$

12. Una bobina rectangular de alambre, de 22.0 cm por 35.0 cm y que conduce una corriente de 1.40 A, está orientada con el plano de su espira perpendicular a un campo magnético uniforme de 1.50 T, como se muestra en la figura. a) Calcule la fuerza neta y el momento de torsión que el campo magnético ejerce sobre la bobina, b) Se hace girar la bobina un ángulo de  $30.0^\circ$  en torno al eje que se muestra, de modo que el lado izquierdo salga del plano de la figura y el lado derecho entre en el plano. Calcule la fuerza neta y el momento de torsión que el campo magnético ejerce ahora sobre la bobina. (Sugerencia: Para facilitar la visualización de este problema tridimensional, haga un dibujo minucioso de la bobina vista a lo largo del eje de rotación)



a)



$$\vec{F}_B = I \vec{\ell} \times \vec{B}$$

Nos podemos dar cuenta que la fuerza en cada lado de la espira entra hacia el centro de la espira.

Ninguna fuerza realiza torque ya que  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$  y la dirección de las fuerzas son paralelos al vector  $\vec{r}$ , por lo que torque es igual a cero.

Otra manera de observar esto es que:

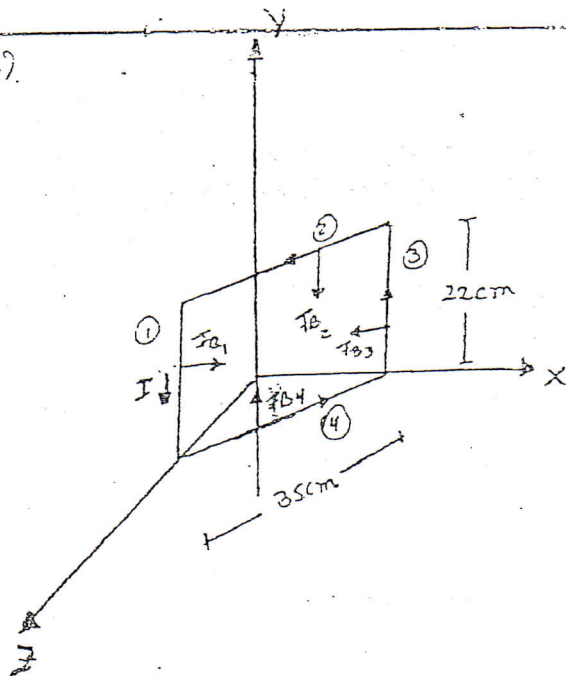
$$\vec{\tau} = N \vec{\mu} \times \vec{B} \quad \vec{\mu} = I \vec{A} \quad (\text{momento de dipolo magnético})$$

$\vec{A}$  es el vector área de la espira, el vector área es un vector perpendicular a la superficie de estudio por lo que para la espira el vector Área será un vector saliendo de la hoja  $\odot \vec{A}$  por lo que  $\vec{\mu} = I \vec{A}$  también tiene la misma dirección que  $\vec{A} \Rightarrow \odot \vec{\mu}$ , campo magnético  $\otimes \vec{B}$ .

$$\tau = \mu \times B = \mu B \sin 0^\circ = 0$$

$$\tau = \mu \times B = \mu B \sin 0^\circ = 0 \quad \text{Trabajando con el vector área hacia adentro de la página } \otimes \vec{\mu}$$

b)



$$|F_{B1}| = |F_{B3}|$$

$$F_{B1} = I l B \sin 80^\circ$$

$$F_{B1} = (1,4)(0,22)(1,5)$$

$$F_{B1} = 0,462 \text{ [N]}$$

$$\begin{cases} \vec{F}_{B1} = 0,462 \hat{i} \\ \vec{F}_{B3} = -0,462 \hat{i} \end{cases}$$

$$|F_{B2}| = |F_{B4}|$$

$$F_{B2} = I l B \sin 30^\circ$$

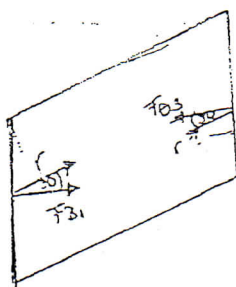
$$F_{B2} = (1,4)(0,35)(1,5)$$

$$F_{B2} = 0,3675 \text{ [N]}$$

$$\begin{cases} \vec{F}_{B2} = -0,3675 \hat{j} \\ \vec{F}_{B4} = 0,3675 \hat{j} \end{cases}$$

Las únicas fuerzas que producen torque son  $F_{B1}$  y  $F_{B3}$

$$\Delta \tau = \vec{r}_{B1} \times \vec{F}_{B1} + \vec{r}_{B3} \times \vec{F}_{B3}$$



$$\Delta \tau = (0,462)(0,35) \sin 30^\circ + (0,462)(0,35) \sin 30^\circ$$

$$\Delta \tau = 8,09 \times 10^{-2} \text{ [N} \cdot \text{m]}$$

Otro método es:  $\tau = n \vec{\mu} \times \vec{B}$

$$\tau = (1) I (\vec{A} \times \vec{B})$$

entre el vector  $A$  y  $B$  forman  $30^\circ$

$A$  = área de un rectángulo

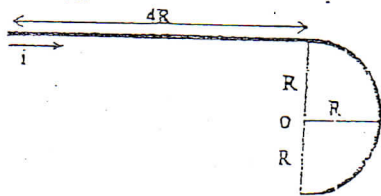
$n$  = # espiras

$$\tau = (1)(1,4)(0,22 \times 0,35)(1,5) \sin 30^\circ$$

$$\tau = 8,09 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}$$



13. En la figura calcular el campo magnético en el punto O.



El objetivo de este capítulo es calcular el valor de  $\vec{B}$  que produce un conductor que transporta corriente  $I$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^2}$$

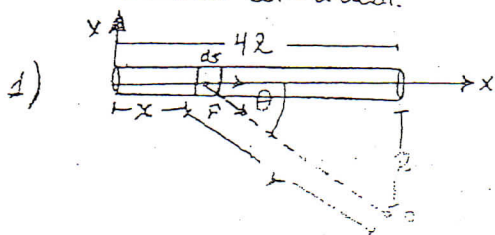
$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ [H/m]}$$

$d\vec{s}$  = diferencial de longitud

$\hat{r}$  = vector unitario indica punto hacia donde se quiere calcular el campo magnético

Para resolver el ejercicio lo dividimos en 2 partes.

1. Conductor largo
2. Conductor semicircular.



$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{ds \sin \theta}{r^2} ; ds \times r = |ds| |r| \sin \theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{ds \sin \theta}{r^2}$$

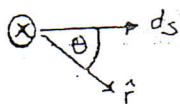
\* Sistema de referencia al comienzo del conductor

$$ds = dx ; \sin \theta = \frac{R}{r} ;$$

$$r = \sqrt{(4R-x)^2 + R^2}$$

\* A una distancia x arbitraria ubicar el vector  $\vec{ds}$

\* Desde donde ubique el  $\vec{ds}$ , sale el vector  $\vec{r}$  hacia el punto O.



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{R dx}{((4R-x)^2 + R^2)^{3/2}}$$

Límites 0 - 4R

\*  $ds$  está en el eje de los  $x$  por lo que el  $ds = dx$

$$B = \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \int_0^{4R} \frac{dx}{((4R-x)^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$u = 4R - x$$

Cambiamos los límites

$$du = -dx$$

$$x = 0 \Rightarrow u = 4R$$

$$x = 4R \Rightarrow u = 0$$

$$B_1 = - \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \int_{4R}^0 \frac{du}{(u^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$B_1 = - \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \left[ \frac{u}{R^2 \sqrt{u^2 + R^2}} \right]_{4R}^0$$

$$B_1 = + \frac{\mu_0 I R}{4\pi} \left[ 0 + \frac{4R}{R^2 \sqrt{16R^2 + R^2}} \right]$$

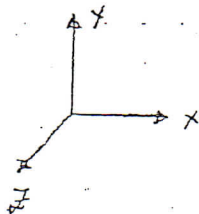
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{\sqrt{17} \pi R} \otimes$$

2) Conductor 2

Aplicamos fórmula  $\Rightarrow B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \theta ; \theta = \pi$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \pi$$

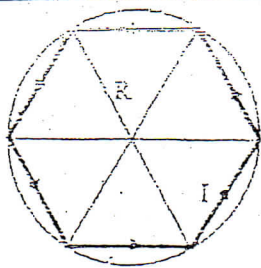
$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{4R} \otimes$$



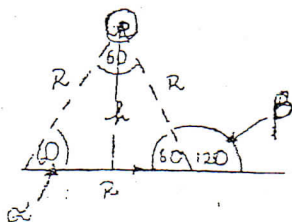
$$\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

$$B_T = - \frac{\mu_0 I}{R} \left( \frac{1}{\sqrt{17} \pi} + \frac{1}{4} \right) \hat{k}$$

14. Por los lados de un hexágono regular inscrito en una circunferencia de radio  $R$ , circula una corriente estacionaria de intensidad  $I$ . Calcule la magnitud y dirección del campo magnético que produce en su centro.



Trabajamos solo con un lado



Aplicamos fórmula

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi h} [\cos \alpha - \cos \beta]$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\beta = 120^\circ$$

$$h = R \sin 60^\circ$$

$$h = R \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{\frac{4\pi R \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}} [\cos 60^\circ - \cos 120^\circ]$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\sqrt{3}\pi R} \left[ \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) \right]$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\sqrt{3}\pi R}$$

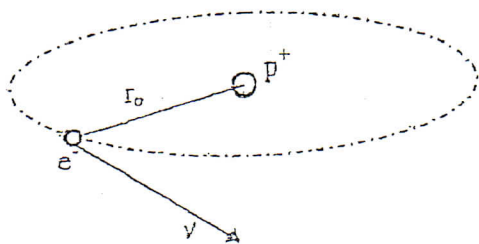
$$B_T = 6 B_\perp$$

$$B_T = 6 \left( \frac{\mu_0 I}{2\sqrt{3}\pi R} \right)$$

$$\vec{B}_T = \frac{3\mu_0 I}{\pi\sqrt{3}R} \quad \odot$$



15. En la teoría de Bohr del átomo de hidrógeno puede considerarse que el electrón se mueve alrededor de un protón en una órbita circular de radio  $5.3 \times 10^{-11} [m]$ , con una rapidez de  $2.2 \times 10^6 \frac{[m]}{[s]}$ . Calcule la magnitud del campo magnético producido por el movimiento del electrón en la posición del protón.



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^2}, \quad |d\vec{s}| |\vec{r}| \sin 90^\circ = ds$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} ds \quad ; \quad i = \frac{dq}{dt}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi r^2} \cdot \frac{dq}{dt} ds \rightarrow \vec{V}$$

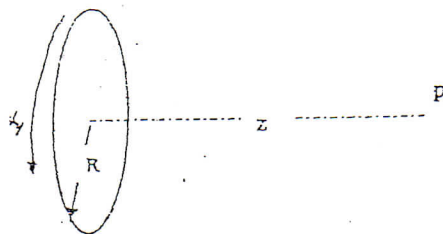
$$\oint dB = \frac{\mu_0 V}{4\pi r^2} \int dq$$

$$B = \frac{\mu_0 V}{4\pi r^2} e$$

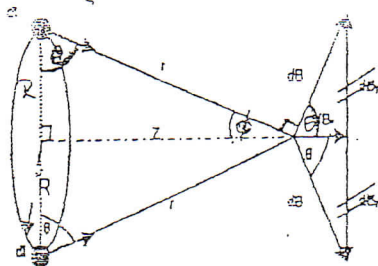
$$|B| = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 2.2 \times 10^6 \cdot 1.6 \times 10^{-19}}{4\pi (5.3 \times 10^{-11})^2} = 12.53 [T]$$

16. El campo magnético generado por una espira con corriente en puntos ubicados a lo largo del eje de la espira viene dado por la expresión:

$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2(z^2 + R^2)^{3/2}}$$



a. Demuestre la expresión anterior



$$r = (R^2 + z^2)^{1/2}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^2}$$

$$B_T = B_x$$

$$B_T = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{ds \times \vec{r}}{r^2} \cos \theta; \quad ds \times \vec{r} = |ds| |\vec{r}| \sin 90^\circ = ds$$

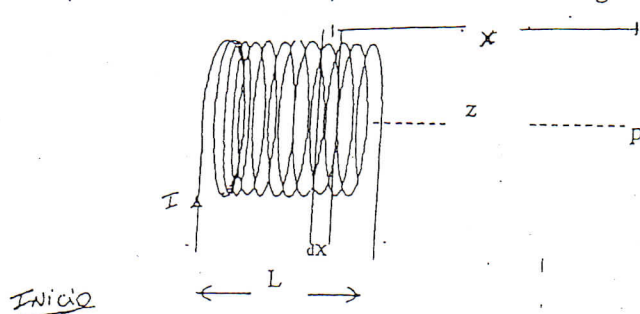
$$\cos \theta = \frac{R}{r}$$

$$B_T = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{ds}{r^2} \cdot \frac{R}{r}$$

$$B_T = \frac{\mu_0 i R}{4\pi r^3} \int ds \quad \delta = \theta R = 2\pi R$$

$$B_T = \frac{\mu_0 i R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

- b. Utilizando el resultado anterior, determine el valor del campo magnético generado por un solenoide de longitud  $L$  con  $n$  espiras por unidad de longitud que transporta corriente  $I$ , a una distancia  $z$  medida desde el extremo, como se indica en la figura.



continuación

$$B_{\text{solenoid}} = \frac{\mu_0 I R^2}{2L} \int_z^{z+L} \frac{dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$B_{\text{solenoid}} = \frac{\mu_0 I R^2}{2L} \left[ \frac{x}{R^2 \sqrt{x^2 + R^2}} \right]_z^{z+L}$$

Inicio

$$\rightarrow B_{\text{solenoid}} = \int B_{\text{anillo}}$$

$$\frac{I}{L} = \frac{i}{dx} \Rightarrow i = \frac{I}{L} dx$$

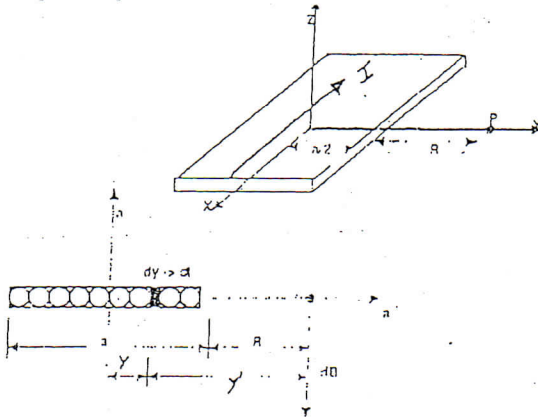
$$B_{\text{solenoid}} = \int \frac{\mu_0 \frac{I}{L} dx R^2}{2(x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$B_{\text{solenoid}} = \frac{\mu_0 I R^2}{2L} \left[ \frac{z+L}{R^2 \sqrt{(z+L)^2 + R^2}} - \frac{z}{R^2 \sqrt{z^2 + R^2}} \right]$$

Campo magnético dentro del solenoide.

Si  $L \gg R$  se puede que el  $\vec{B}$  uniforme.

17. La figura muestra una cinta larga, plana de cobre de anchura  $a$  y de espesor despreciable por lo cual pasa una corriente  $i$ . determine el campo magnético  $B$  en el punto  $P$ , a una distancia  $R$  medido desde el extremo derecho de la cinta sobre el plano que contiene a la cinta.



Inicio

- \* Asumir muchos conductores infinitos
- \* Cada uno lleva una corriente  $i$  y la suma de todos ellos da  $I$ .

- \* Asumir un conductor a una distancia  $y'$ , donde

$$y' = R + \frac{a}{2} - y$$

- \* Aplicar fórmula de campo de un conductor infinito

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

$$B_p = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Como estamos trabajando con un solo conductor la corriente de él es  $i$

$$I_0 = dI$$

$$\frac{I}{A} = \frac{di}{dA}$$

$$\frac{I}{a^2} = \frac{di}{dy^2}$$

$$di = \frac{I}{a} dy$$

$$dB_p = \frac{\mu_0 di}{2\pi y}$$

$$\int dB_p = \int \frac{\mu_0 di}{2\pi (R + a/2 - y)}$$

$$B_p = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \int_{-a/2}^{a/2} \frac{dy}{(R + a/2 - y)}$$

$$u = R + a/2 - y \begin{cases} y = -a/2 \rightarrow u = R + a \\ y = a/2 \rightarrow u = R \end{cases}$$

$$du = -dy$$

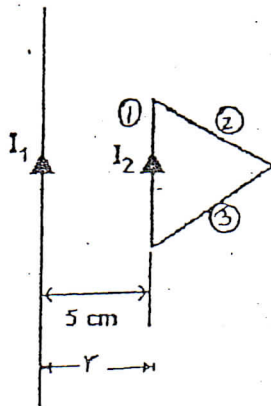
$$B_p = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \int_{R+a}^R \frac{-du}{u}$$

$$B_p = -\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \ln u \Big|_{R+a}^R$$

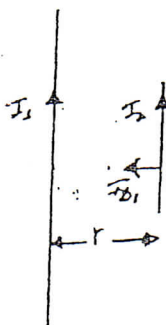
$$\rightarrow B_p = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \ln \left( \frac{R+a}{R} \right) \quad (\rightarrow k)$$



18. Se tiene una línea infinita de corriente ( $I_1 = 50 \text{ A}$ ) situada en el mismo plano que una espira que tiene forma de triángulo equilátero de 10 cm de lado y por la que circula una corriente  $I_2 = 20 \text{ A}$ . Determine la fuerza que soporta la espira triangular.



Conductor #1



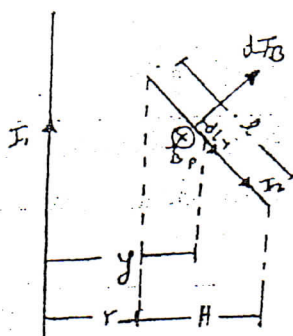
Conductores paralelos, como lleva la corriente en la misma dirección sienten una fuerza de atracción de magnitud

$$F_B = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}$$

$$F_{B1} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}) (50) (20) (0,1)}{2\pi (0,05)}$$

$$F_{B1} = 4 \times 10^{-4} \text{ [N]}, \text{ hacia la izquierda}$$

Conductor #2



$$\sin 60^\circ = \frac{H}{l}$$

$$H = l \sin 60^\circ$$

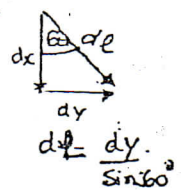
$B_p = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}$  (Fórmula de campo magnético de un conductor infinito en el punto medio)

$$d\vec{F}_B = I_2 d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$= I_2 dl B \sin 60^\circ$$

$$\int dF_B = \int F_2 \frac{dy}{\sin 60^\circ} \cdot \frac{\mu_0 I_1}{2\pi y}$$

$$F_{B2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \sin 60^\circ} \int_r^{r+l \sin 60^\circ} \frac{dy}{y}$$



$$F_{B2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \sin 60^\circ} \ln \left( \frac{r + l \sin 60^\circ}{r} \right)$$

$$F_{B2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \sin 60^\circ} \ln \left( \frac{r + l \sin 60^\circ}{r} \right)$$

$$F_{B2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \sin 60^\circ} \ln \left( 1 + \frac{l \sin 60^\circ}{r} \right)$$

$$F_{B2} = \frac{(4\pi \times 10^{-7}) (50)(20)}{2\pi \sin 60^\circ} \ln \left( 1 + \frac{(0,1)(\sin 60^\circ)}{0,05} \right)$$

$$F_{B2} = 2,32 \times 10^{-4} \text{ [N]}$$

Condutor 3

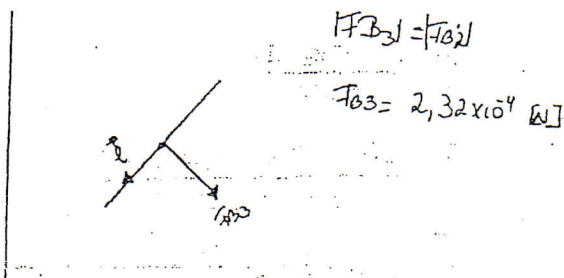
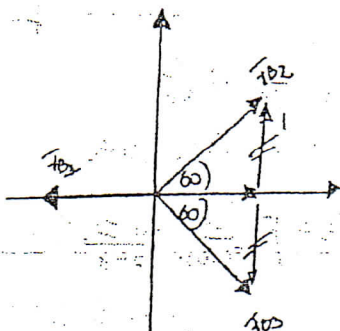


Diagrama de Fuerzas



$$\sum F_x = F_{B1} - F_{B2} \cos 60^\circ - F_{B3} \cos 60^\circ$$

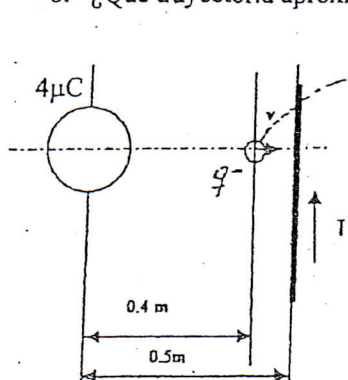
$$= 4 \times 10^{-4} - 2(2,32 \times 10^{-4}) \cos 60^\circ$$

$$F_r = 1,68 \times 10^{-4} \text{ hacia la izquierda}$$

19. Una esfera dieléctrica de radio  $R = 0.2\text{m}$  que tiene una carga total positiva de  $4\text{ }\mu\text{C}$  se encuentra a  $0.5\text{ m}$  de un alambre conductor infinito, como indica la figura. El conductor transporta una corriente de  $2\text{ A}$ .

Una carga negativa de  $1\text{ }\mu\text{C}$  que tiene una velocidad de  $2 \times 10^3\text{ m/s}$  se coloca a  $0.4\text{m}$  del centro de la esfera.

- Calcule la fuerza total sobre la carga.
- ¿Qué trayectoria aproximada seguirá la carga?



a)  $F_e$   $F_B$

Debido a la carga de  $+4\text{ }\mu\text{C}$

$$F_e = \frac{k Q q}{r^2}$$

$$F_e = \frac{(9 \times 10^9)(4 \times 10^{-6})(1 \times 10^{-6})}{(0.4)^2}$$

$$\vec{F}_e = 0.225 \hat{x} \text{ [N]}$$

b)  $F_B \approx 0$

La partícula se mueve en dirección de la  $\vec{F}_e$ .

Debido al conductor

$$\vec{F}_B = q \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_B = \frac{q v \mu_0 I}{2\pi r}; r = 0.1\text{ m}$$

$$\vec{F}_B = \frac{(1 \times 10^{-6})(2 \times 10^3)(4\pi \times 10^{-7})(2)}{2\pi (0.1)} = 8 \times 10^{-9} \text{ [N]}$$

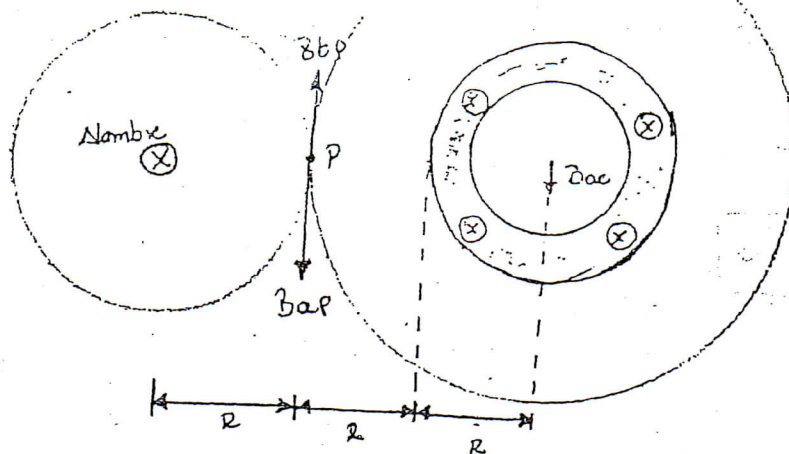
Ley de Ampere

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 I$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \odot$$

20. En un tubo circular largo con radio exterior  $R$  conduce una corriente distribuida uniformemente  $I_0$  hacia adentro del papel. Un alambre corre paralelo al tubo, a una distancia de  $3R$  de centro a centro. ¿Calcule la magnitud y la dirección de la corriente en el alambre que causaría que el  $\vec{B}$  resultante en el punto  $P$  tenga la misma magnitud pero la dirección opuesta que el  $\vec{B}$  resultante en el centro del tubo?



La corriente en el alambre debe entrar para que vaya en dirección opuesta al  $\vec{B}$



$$B_P = B_{AC}$$

$B_P =$  Campo resultante en P.

$B_{AC} =$  Campo del alambre en centro del tubo

$$B_{TP} - B_{AP} = B_{AC}$$

Ley de Ampere (Longitud cerrada)

Tubo  $B_{TP} 2\pi(2R) = \mu_0 I_0$

$$B_{TP} = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi R}$$

Alambre  $B_{AP} 2\pi(R) = \mu_0 i$

$$B_{AP} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

$$B_{AC} 2\pi(3R) = \mu_0 i$$

$$B_{AC} = \frac{\mu_0 i}{6\pi R}$$

$$\frac{\mu_0 I_0}{4\pi R} - \frac{\mu_0 i}{2\pi R} = \frac{\mu_0 i}{6\pi R}$$

$$\frac{I_0}{2} = \frac{i}{3} + i$$

$$\frac{I_0}{2} = \frac{4i}{3}$$

$$i = \frac{3}{8} I_0$$

## Ley de Faraday

21. Una espira cuadrada de 30cm de lado tiene una resistencia de  $8.80 \Omega$  en un inicio se encuentra en un campo magnético de  $0.755 \text{ T}$ , con su plano perpendicular a  $B$ , pero se retira del campo  $40 \text{ ms}$ . Calcule la energía eléctrica disipada en este proceso.

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d(BA)}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{l^2 \Delta B}{\Delta t}$$

$$\mathcal{E} = \frac{-(0.3)^2 (0 - 0.755)}{40 \times 10^{-3}} = 1.7 \text{ V}$$

$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$$

$$P = \frac{(1.7)^2}{8.8}$$

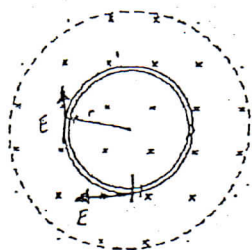
$$P = 0.33 \text{ W}$$

$$U = P \Delta t$$

$$= (0.33 \text{ W})(40 \text{ ms})$$

$$= 13.2 \text{ mJ}$$

22. En el interior del círculo punteado de la figura existe un campo magnético apuntando hacia dentro del papel con módulo igual a  $B = 0.6 e^{-t/15}$  (unidades SI,  $t$ =tiempo). Calcule el módulo y dirección del campo eléctrico inducido en el conductor de radio  $r = 9 \text{ cm}$ .



$\vec{E}$  es tangente a la dirección de la corriente.

$$|\mathcal{E}| = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

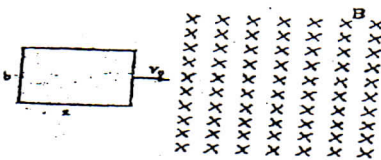
$$\mathcal{E} \int dl = -\frac{d}{dt} (0.6 e^{-t/15} \cdot \pi r^2)$$

$$\mathcal{E} (2\pi r) = -\pi r^2 0.6 e^{-t/15} \left(-\frac{1}{15}\right)$$

$$\mathcal{E} = \frac{0.6}{30} r e^{-t/15} \text{ sentido horario}$$

Debido a que  $B$  disminuye hacia adentro, el conductor genera un fem que opone a que no se disminuya el flujo, por lo que se induce  $I$  en sentido horario.

23. Una espira rectangular de lados  $a$  y  $b$  se mueve con velocidad constante  $v_0$  desde una región sin campo a otra de campo magnético uniforme pero variable en el tiempo (ver figura).



Mientras la espira ingresa completamente a esta región, el campo cambia linealmente su magnitud desde  $B_0$  hasta  $2B_0$ .

- Calcule el flujo de  $\vec{B}$  a través de la espira, en un instante  $t$  cualquiera durante su ingreso a la región.
- En ese instante, calcule la fem inducida en la espira, indicando el sentido en que circular la corriente inducida.

Encontramos la ecuación como  
 Davis el  $\vec{B}$

$$B(t) = B_0 + \frac{V}{a} \cdot t B_0$$

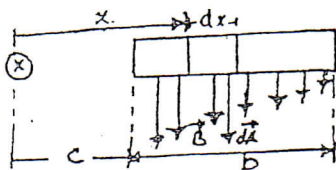
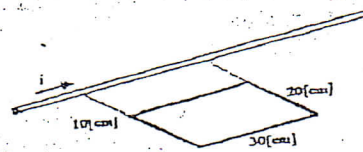
$$\begin{aligned} a) \Phi(t) &= B\Delta = \left(B_0 + \frac{V}{a} t B_0\right) bvt \\ &= B_0 bvt + \frac{V^2}{a} B_0 t^2 \end{aligned}$$

$$b) \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\left(B_0 bv + \frac{2VbB_0}{a}\right)$$

Por ley de Lenz el flujo debe disminuir, por lo que la corriente debe tener sentido antihorario.

24.

Una corriente de 20A fluye un alambre recto situado en las cercanías de una espira rectangular. Si la corriente se suspende y llega a cero en 0.02s, halle la fuerza electromotriz inducida en la espira y la dirección de la corriente inducida.



$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{A} = B da$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$dA = a dx$$

$$d\Phi_B = \frac{\mu_0 I a dx}{2\pi x}$$

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \int_c^{b+c} \frac{dx}{x}$$

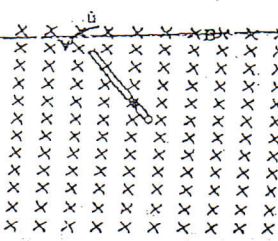
$$\Phi_B = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(\frac{b+c}{c}\right)$$

$$\mathcal{E}_{media} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 20 \cdot 0.3}{2\pi} \ln\left(\frac{0.3}{0.1}\right) \cdot \frac{1}{0.02}$$

$$\mathcal{E}_{media} = 6.6 \times 10^{-5} \text{ [V]}$$

Por Lenz: la dirección de la corriente es en sentido horario, ya que el flujo debe aumentar hacia abajo.

25. Una varilla delgada de un metro de longitud, gira alrededor de un eje que pasa por un extremo y es perpendicular a la varilla, con una rapidez angular de  $4\pi \text{ rad/s}$ . El plano de rotación de la varilla es perpendicular a un campo magnético uniforme de  $0.5 \text{ T}$ . ¿Qué fuerza electromotriz se induce entre los extremos de la varilla?



En general:

$$d\phi_B = B \cdot dA$$

$$dA = dr \cdot v \cdot dt$$

$$= dr \cdot \omega r \cdot dt$$

$$E = -\frac{d\phi}{dt} = -B\omega r$$

$$dE = B\omega r \cdot dr$$

$$E = -B\omega \int_0^l r \cdot dr$$

$$E = -B\omega \frac{l^2}{2}$$

$$E(l=0) = 0$$

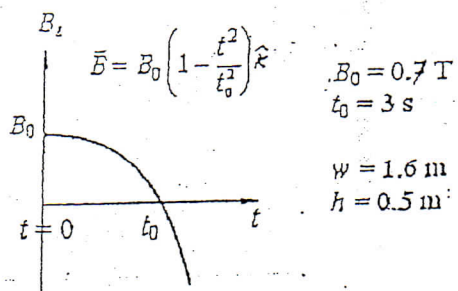
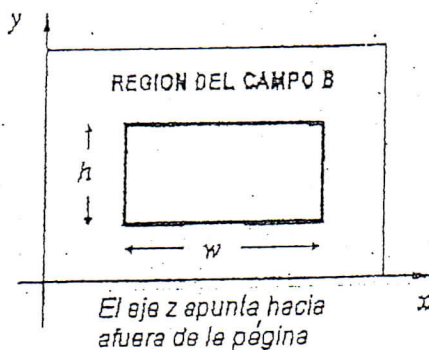
$$E(l=1) = -0.5 \cdot 4\pi \frac{1^2}{2} = -\pi$$

Esta fem inducida será nuestra f.e.m. deseada.  
Para un elemento de la varilla situado a una distancia  $r$  del punto pivote

26. Un lazo rectangular de alambre con resistencia  $R$  se encuentra en el plano  $xy$ . El lazo es colocado en una región ocupada por un campo magnético espacialmente uniforme pero que varía en el tiempo de acuerdo a la expresión

donde  $B_0$  y  $t_0$  son valores constantes. Un gráfico del

campo magnético en función del tiempo se da abajo.





26.1. ¿Cuál es la dirección inducida en el lazo de alambre al instante

$$t = t_0/2 = 1.5s?$$

- i. Horaria
- ii. Anti-horaria
- iii. cero

26.2. Calcule la magnitud de la fem inducida en el lazo de alambre al instante

$$t = 3s.$$

- i. 0V
- ii. 0.12V
- iii. 0.37V
- iv. 1.90V
- v. 2.25V

26.1. En todo momento la corriente inducida es antihoraria.

Cuando el campo disminuye, la corriente apoya al campo  $\vec{B}$   $\curvearrowright$

Cuando el campo se hace negativo y aumenta, pero ahora hacia dentro de la página lo convierte contrarresta ese flujo y la  $I$  inducida es  $\curvearrowright$ .

26.2

$$\mathcal{E} = - \frac{d\phi}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -A \frac{dB}{dt}$$

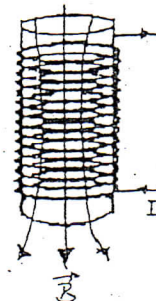
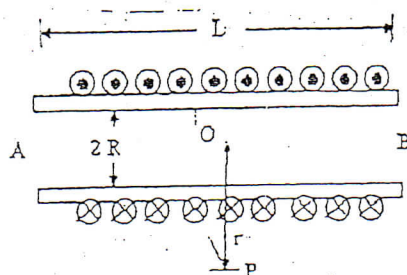
$$\mathcal{E} = -A \frac{d(B_0(1 - \frac{t^2}{t_0}))}{dt}$$

$$\mathcal{E} = +AB_0 \left( \frac{2t}{t_0} \right)$$

$$|\mathcal{E}| = (h \times w) B_0 \left( \frac{2t}{t_0} \right) \Big|_{t=3s}$$

$$\mathcal{E} = (0.5 \times 1.6) (0.7) \frac{(2)(3)}{3^2} = 0.37V$$

27. La sección transversal de un solenoide de radio  $R=3\text{cm}$ , longitud  $L=25\text{cm}$  y número de vueltas  $N=50$ , transportando una corriente  $I=5.0\text{A} \cos 4.5t$  se muestra abajo. El solenoide se considera muy largo, con un campo magnético dependiente del tiempo y espacialmente uniforme. Determine el valor del campo eléctrico inducido  $E_p$  en el punto P, localizado a una distancia  $r=2.5\text{cm}$  medido desde el punto O, sobre el eje del solenoide.



En el ejercicio # 16.b se calculó el  $\vec{B}$  de un solenoide se dijo que si  $L \gg R$  el campo magnético es uniforme y constante. usando la expresión del ejercicio para  $z=0$  y

$$B = \frac{\mu_0 N I R^2}{2L} \left( \frac{z+L}{R^2 \sqrt{(z+L)^2 + R^2}} - \frac{z}{R^2 \sqrt{z^2 + R^2}} \right)$$

$$B = \frac{\mu_0 N I}{L} \Rightarrow n = \frac{N}{L} \Rightarrow \boxed{B = \mu_0 n I} \quad ; \quad n = \# \text{vueltas/longitud}$$

$$\Phi = B \cdot A$$

$$\Phi = \mu_0 n (I_{\max} \cos \omega t) \cdot (\pi R^2)$$

$$E = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\int E \cdot dl = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$E(2\pi r) = - \pi R^2 \mu_0 n \omega I_{\max} \sin \omega t$$

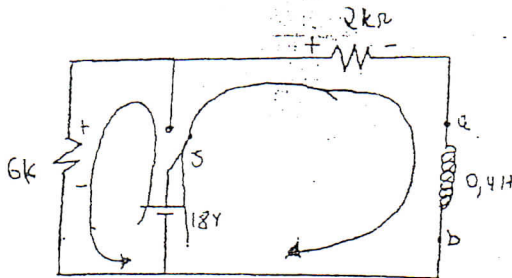
$$E_{\max} = \frac{\mu_0 n I_{\max} \omega R^2}{2r} \sin \omega t$$

$$|E|_{\max} = \frac{\mu_0 N}{L} \frac{I_{\max} \omega R^2}{2r} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 50 \times 5 \times 4.5 \times (0.03)^2}{(0.25)(2)(0.25)} = 1.018 \times 10^{-5} \text{ V/m}$$

# Inductancia

28. En la figura el interruptor está cerrado para  $t < 0$  y se establece condiciones de estado estable, el interruptor se abre en  $t = 0$ .

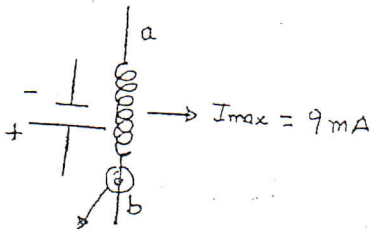
- Encuentre el voltaje inicial a través del inductor, justo después de  $t = 0$ , ¿Cuál es el extremo de la bobina que está a mayor potencial?
- ¿Cuánto tiempo después de  $t = 0$ , la corriente en la resistencia de  $2K\Omega$  es de  $2mA$ ?



$$t = 0$$

$$I_{L_{max}} = \frac{18V}{2k\Omega} = 9mA \rightarrow t < 0$$

Descorreo la fuente  $t = 0$



Este extremo está a mayor potencial

$$V_L - V_{6k} - V_{2k} = 0$$

$$V_L = V_{6k} - V_{2k}$$

$$V_L = (9mA)(6k\Omega) + 9mA(2k\Omega)$$

$$V_L = 54 + 18$$

$$V_L = 72V$$

$$b) \quad i(t) = I_{max} e^{-t/\tau} =$$

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{0.4}{8 \times 10^3} = 5 \times 10^{-5}$$

$$i(t) = 9mA e^{-t/5 \times 10^{-5}}$$

$$i(t) = 9mA e^{-2 \times 10^4 t}$$

Calcular  $t$  para  $i(t) = 2mA$

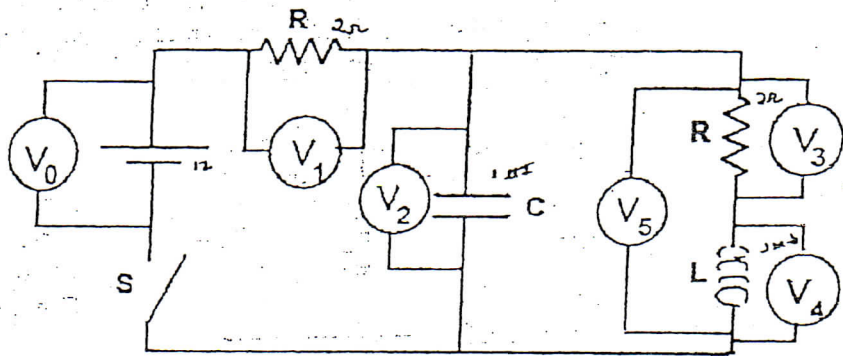
$$2mA = 9mA e^{-2 \times 10^4 t}$$

$$\ln\left(\frac{2}{9}\right) = -2 \times 10^4 t$$

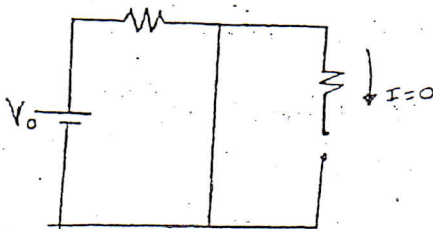
$$t = 7.62 \times 10^{-5} \text{ seg.}$$

29. Para el circuito mostrado en la figura  $V_0=12$ ,  $R=2\ \Omega$ ,  $C=1\ \mu\text{F}$ ,  $L=1\ \text{mH}$ .

- Determine la lectura de los voltímetros en el instante de cerrar el interruptor S.
- Determine la lectura de los voltímetros después de un tiempo muy largo que el interruptor S ha permanecido cerrado.



$t = 0$



$$V_1 = V_0$$

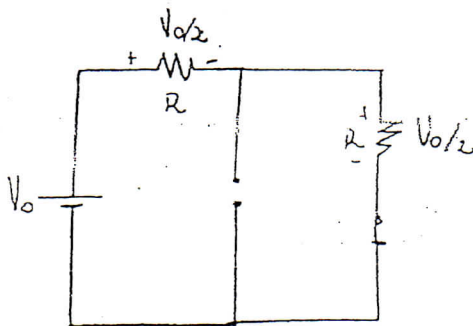
$$V_2 = 0$$

$$V_3 = 0$$

$$V_4 = 0$$

$$V_5 = 0$$

$t = \infty$



$$V_1 = V_0/2$$

$$V_2 = V_0/2$$

$$V_3 = V_0/2$$

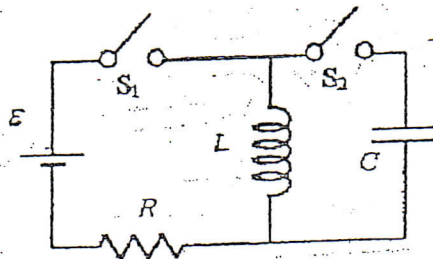
$$V_4 = 0$$

$$V_5 = V_0/2$$



30. Una batería, un resistor, un capacitor, un inductor y dos interruptores están arreglados en un circuito como se muestra, los interruptores han estado abiertos para un tiempo muy largo y el capacitor ya está descargado, a  $t=0$ , el interruptor  $S_1$  es cerrado y  $S_2$  está abierto.

- a) ¿Cuánto tiempo le toma a la corriente a través de  $R$  alcanzar el 10% de su valor inicial?
- b) Si el interruptor  $S_1$  ha permanecido cerrado por un tiempo muy largo,  $S_1$  es abierto y  $S_2$  simultáneamente es cerrado, ¿Cuál es el valor de la energía máxima que almacena el capacitor?



$$\begin{aligned}\varepsilon &= 24 \text{ V} \\ R &= 5 \Omega \\ L &= 10 \text{ mH} \\ C &= 10 \mu\text{F}\end{aligned}$$

a)

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{10 \text{ mH}}{5 \Omega}$$

$$\tau = 2 \times 10^{-3} = 2 \text{ ms.}$$

$$\frac{1}{\tau} = 500$$

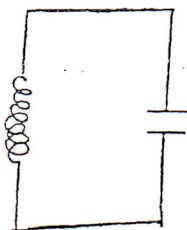
$$i(t) = I_{\text{max}} (1 - e^{-500t})$$

$$0,1 I_{\text{max}} = I_{\text{max}} (1 - e^{-500t})$$

$$\ln 0,9 = -500t$$

$$t = 2,1 \times 10^{-4} \text{ s}$$

b)



$$U_C = U_L$$

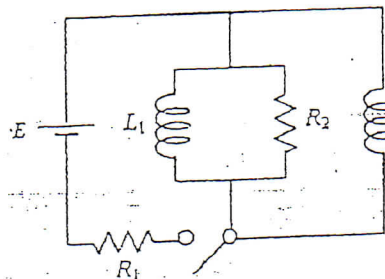
$$U_C = \frac{1}{2} L I^2$$

$$U_C = \frac{1}{2} (10 \times 10^{-3}) \left(\frac{24}{5}\right)^2$$

$$U_C = 0,11 \text{ J}$$

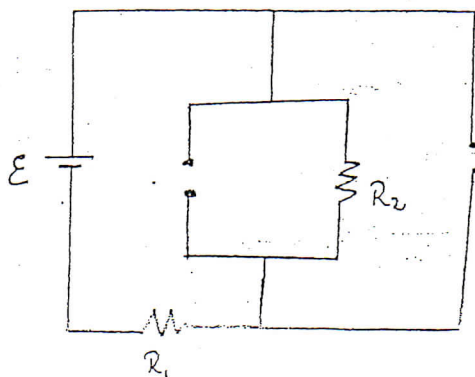
31. Una batería de diferencia de potencial constante  $\mathcal{E}$  es conectada a dos resistores y a dos inductores idénticos de la manera como se muestra en la figura. Inicialmente no circula corriente en ninguna parte del circuito al instante  $t=0$  el interruptor en la parte baja del circuito se cierra.

- Inmediatamente después que el interruptor es cerrado, ¿Cuál es la corriente que pasa a través de la resistencia  $R_1$ ?
- Después que el interruptor se mantiene cerrado por un tiempo muy largo. ¿Cuál es la potencia disipada por el circuito?



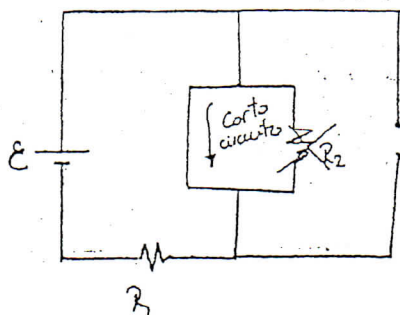
$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= 16 \text{ V} \\ R_1 &= 6 \, \Omega \\ R_2 &= 12 \, \Omega \\ L_1 &= L_2 = 16 \text{ mH} \end{aligned}$$

a)  $t=0 \rightarrow$  los inductores se abren



$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} = \frac{16}{6 + 12} = 0,89 \text{ A}$$

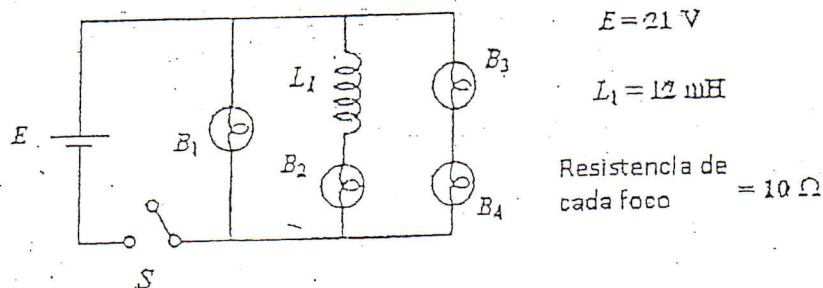
b)  $t = \infty$



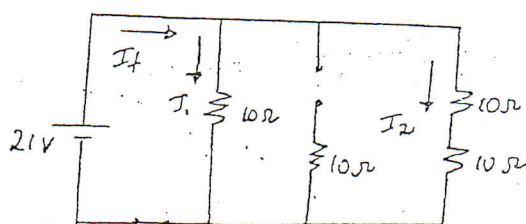
$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{R} = \frac{16^2}{6} = 42,67 \text{ W}$$

32. Una batería de 21V es conectada a cuatro focos idénticos que tienen la misma Resistencia de  $10\ \Omega$  y un inductor de  $12\ \text{mH}$ , como se muestra abajo. El interruptor ha permanecido abierto por un tiempo muy largo antes de ser cerrado. El brillo de los focos depende de la potencia disipada en el foco: mayor potencia disipada, mayor el brillo del foco.

- Al instante de cerrar el interruptor, ¿Cuál es la corriente que circula por la fuente?
- Después de que el interruptor ha permanecido cerrado por un tiempo muy largo, ¿Cuál es el orden del brillo de los focos?
  - $B_2 > B_1 > B_3 = B_4$
  - $B_1 > B_3 = B_4 > B_2$
  - $B_1 = B_2 > B_3 = B_4$



a)  $t = 0 \rightarrow$  Inductor se comporta como circuito abierto

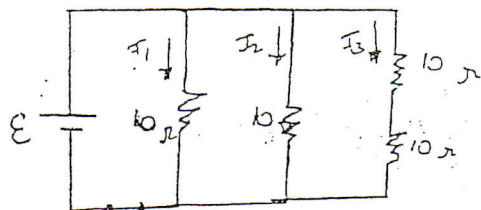


$$I_f = I_1 + I_2$$

$$I_f = \frac{21}{10} + \frac{21}{20}$$

$$I_f = \frac{63}{20} = 3,15\ \text{A}$$

b)  $t = \infty$



$$I_1 = \frac{21}{10} = 2,1\ \text{A}$$

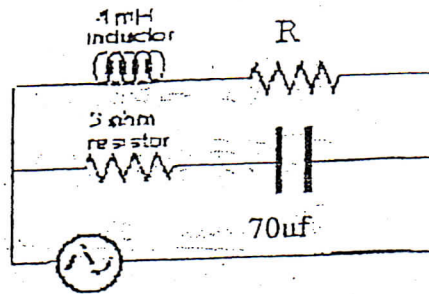
$$I_2 = \frac{21}{10} = 2,1\ \text{A}$$

$$I_3 = \frac{21}{20} = 1,05\ \text{A}$$

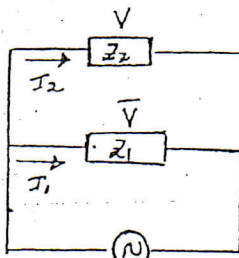
$$B_1 = B_2 > B_3 = B_4$$

## Circuitos de Corriente Alterna

33. Determine el valor de resistencia  $R$  de tal forma que la corriente que pasa a través del inductor sea la misma a través del capacitor.



$$V = \varepsilon \cos(\omega t - \pi/2)$$



$$\bar{V} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}} \angle -\pi/2$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi(60)(10 \times 70 \times 10^{-6})} = 37,89 \Omega$$

$$X_L = 2\pi(60)(4 \times 10^{-3}) = 1,51 \Omega$$

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$Z_1 = \sqrt{3^2 + (37,89)^2} = 38 \Omega$$

$$I_1 = \frac{V}{Z_1} \quad I_2 = \frac{V}{Z_2}$$

$$I_1 = I_2$$

$$\frac{V}{Z_1} = \frac{V}{Z_2}$$

$$Z_1 = Z_2$$

$$38 = \sqrt{R^2 + 1,51^2}$$

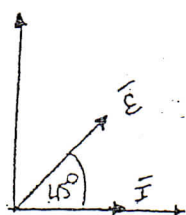
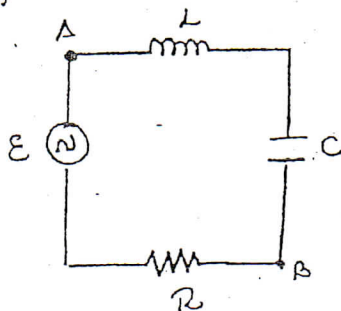
$$R = 37,97 \Omega$$



34. En el circuito mostrado el generador de corriente alterna suministra una fem. de la forma  $\epsilon = 15 \sin(100 + t/4)$  [V], un estudiante mide la corriente y encuentra que  $I = 3 \cos(100 t)$  [A]

- Determine el valor de la potencia promedio entregado por el generador.
- Determine el valor de la resistencia
- Determine la caída de voltaje que el estudiante medirá entre los puntos A y B indicados en el circuito.

a)



$$\vec{\epsilon} = \frac{15}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ$$

$$\vec{I} = \frac{3}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ$$

$$P = VI \rightarrow DC$$

$$P = \sqrt{V} \sqrt{I} \cos \theta \rightarrow C.A.$$

$$P = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \cos \theta$$

$$P = \frac{1}{2} V_{max} I_{max} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$P = \frac{1}{2} (15)(3) \cos(45 - 0)$$

$$P = 15,9 \text{ [W]}$$

$$b) P = (I_{rms})^2 R$$

$$R = \frac{P}{I_{rms}^2} = \frac{15,9 \text{ W}}{\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2} = 3,53 \Omega$$

$$c) \vec{\epsilon} = \underbrace{\vec{V}_L + \vec{V}_C + \vec{V}_R}_{V_{ab}}$$

$$\Rightarrow \vec{V}_{ab} = \vec{\epsilon} - \vec{V}_R$$

$\vec{V}_R = \vec{I} R$  ; La  $\vec{I}$  está en fase con la resistencia

$$\vec{V}_R = \left(\frac{3}{\sqrt{2}} \angle 0\right) (3,53) = 7,48 \angle 0^\circ$$

$$\vec{V}_{ab} = \frac{15}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ - 7,48 \angle 0^\circ$$

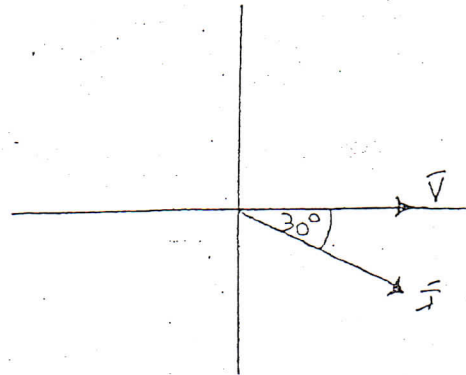
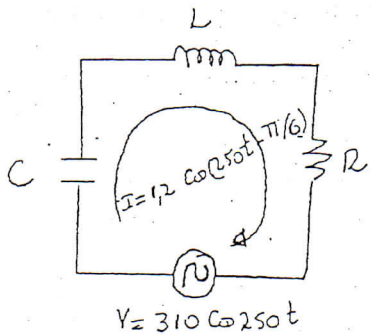
$$\vec{V}_{ab} = \frac{15}{\sqrt{2}} \cos 45^\circ + \frac{15}{\sqrt{2}} \sin 45^\circ i - (7,48 \cos 0^\circ - 7,48 \sin 0^\circ i)$$

$$\vec{V}_{ab} = \left(\frac{15}{\sqrt{2}} \cos 45^\circ - 7,48\right) + \frac{15}{\sqrt{2}} \sin 45^\circ i$$

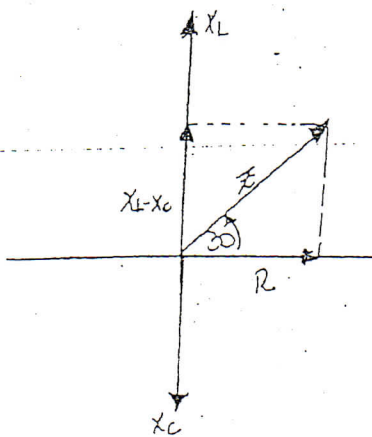
$$\vec{V}_{ab} = 0,02 + 7,5 i$$

$$\vec{V}_{ab} = 7,5 \angle 89,84^\circ$$

35. En un circuito compuesto por una resistencia  $R$ , una auto inductancia  $L$  y un condensador  $C$ , todos en serie, se aplica una tensión  $V=310 \cos(250 t)$  y la intensidad de corriente es  $I=1,2 \cos(250 t - \pi/6)$  si la capacitancia es de  $40 \mu F$  calcule los valores de  $R$  y de  $L$ .



$$Z = \frac{V}{I} = \frac{\frac{310}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ}{\frac{1,2}{\sqrt{2}} \angle -30^\circ} = 258,33 \angle 30^\circ$$



$$R = Z \cos 30^\circ$$

$$R = (258,33) (\cos 30^\circ)$$

$$R = 223,72 \Omega$$

$$X_L - X_C = Z \sin 30^\circ$$

$$X_L - X_C = 258,33 \sin 30^\circ$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(250)(40 \times 10^{-6})}$$

$$X_C = 100 \Omega$$

$$X_L = X_C + Z \sin 30^\circ$$

$$X_L = 100 \Omega + 129,165$$

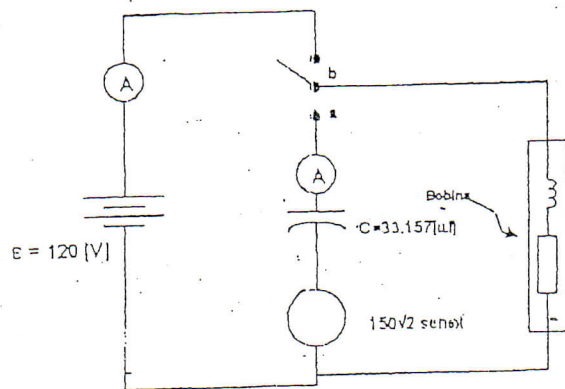
$$X_L = 229,165$$

$$\omega L = 229,165$$

$$L = \frac{229,165}{250} = 916,7 \text{ mH}$$

36. Con la finalidad de determinar las características electromagnéticas de una bobina, R y L un estudiante de Física C realiza una conexión del circuito que se muestra en la figura, a partir del cual obtiene que luego de un tiempo muy largo de que el interruptor se encuentra en la posición "a", el amperímetro A1 registrar una intensidad de corriente eléctrica de 4 A, luego de esto, cambia el interruptor a la posición "b" y obtiene que el amperímetro A2 registra una intensidad de corriente de 3 A.  
Suponiendo que antes de pasar el interruptor de la posición "a" a la posición "b", el estudiante descargó toda la energía magnética almacenada en la bobina por algún método apropiado, determinar:

- El valor de R y los posibles valores de L que permiten cumplir con las condiciones indicadas.
- El factor de potencia del circuito de corriente alterna.
- La potencia que entrega la fuente de corriente alterna. Considere que  $f=60$  [Hertz].



a) Posición "a"

$$V = IR \Rightarrow R = \frac{V}{I} = \frac{120}{4} = 30 \Omega$$

Posición "b"  $V_{ef} = I_{ef} \cdot Z$

$$V_{ef} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{150\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = I_{ef} \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \frac{150}{3} = 50$$

$$50^2 = 30^2 + (X_L - X_C)^2$$

$$(X_L - X_C)^2 = 50^2 - 30^2 \Rightarrow X_L = X_C \pm 40$$

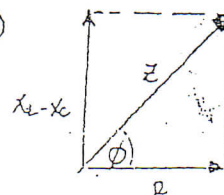
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi(60)(33.157 \times 10^{-6})} = 80 \Omega$$

$$X_L = (2\pi f)L$$

$$L_1 = \frac{80+40}{2\pi(60)} = 0,32 \text{ H}$$

$$L_2 = \frac{80-40}{2\pi(60)} = 0,11 \text{ H}$$

b)



$$\cos \phi = \frac{R}{Z}$$

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{30}{50} = 0,6$$

$$c) P = V_{ef} I_{ef} \cos \phi$$

$$1) P = (150)(3)(0,6) = 270 \text{ W}$$

$$2) P = I_{ef}^2 R = 3^2(30) = 270 \text{ W}$$

"El factor de potencia es el mismo para  $L_1$  y  $L_2$ "

*I Parcial*

# Folleto

## Física C



## CIRCUITOS DE CORRIENTE CONTINUA

La corriente directa (CD) o corriente continua (CC) es aquella cuyas cargas eléctricas o electrones fluyen siempre en el mismo sentido en un circuito eléctrico cerrado, moviéndose del polo negativo hacia el polo positivo de una fuente de fuerza electromotriz (FEM), tal como ocurre en las baterías, las dinamos o en cualquier otra fuente generadora de ese tipo de corriente eléctrica.

### Ejercicios

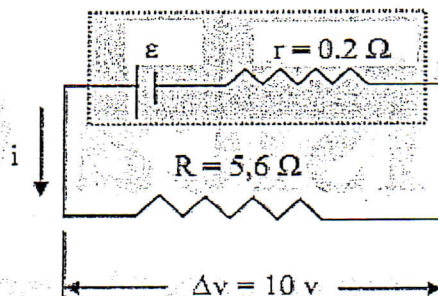
¿Cuál es la corriente en una resistencia de  $5.6 \, \Omega$  conectada a una batería con resistencia interna de  $0.2 \, \Omega$ , si el voltaje en las terminales es de  $10 \, \text{V}$ ? ¿Cuál es la f.e.m. de la batería?

$$i = \frac{\Delta V}{R} = \frac{10}{5.6} = 1.785 \, \text{A}$$

$$\varepsilon = i * r + i * R$$

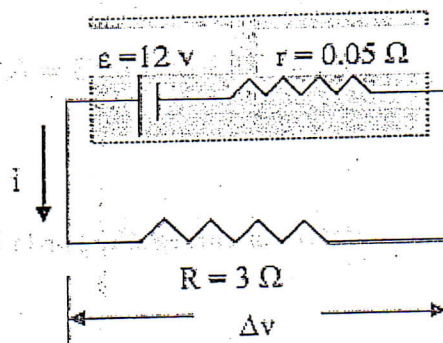
$$\varepsilon = i(r + R)$$

$$\varepsilon = 1.785 (0.2 + 5.6) = 1.785 * 5.8 = 10.353 \, \text{V}$$



Una batería tiene una f.e.m. de  $12 \, \text{V}$  y una resistencia interna de  $0.05 \, \Omega$ . Sus terminales están conectadas a una resistencia de carga de  $3 \, \Omega$ .

- a) Encuentre la corriente del circuito y el voltaje de las terminales de la batería



**Solución:**

$$\varepsilon = i * r + i * R$$

$$\varepsilon = i(r + R)$$

$$i = \frac{\varepsilon}{(r + R)}$$

$$i = \frac{12}{(0.05 + 3)} = \frac{12}{3.05} = 3.934 \text{ A}$$

$$\Delta V = i * R$$

$$\Delta V = 3.934 \text{ A} * 3 \Omega$$

$$\Delta V = 11.8 \text{ V}$$

- b) Calcule la potencia entregada al resistor de la carga, la potencia entregada a la resistencia interna de la batería y la potencia entregada por la batería

**Potencia entregada por la resistencia de carga**

$$P_R = i^2 * R$$

$$P_R = (3.934)^2 * 3 = 46.439 \text{ W}$$

**Potencia entregada a la resistencia interna de la batería**

$$P_r = i^2 * r$$

$$P_R = (3.934)^2 * 0.05 = 0.773 \text{ W}$$

**Potencia entregada por la batería**

$$P_{\text{bateria}} = \varepsilon * i$$

$$P_{\text{bateria}} = 12 * 3.934 = 47.208 \text{ W}$$

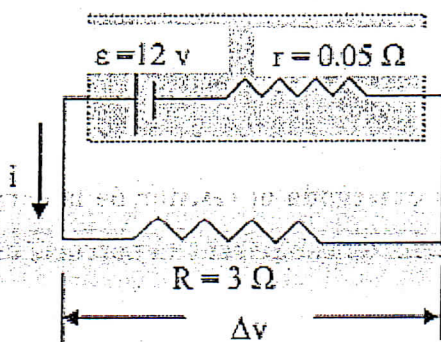
También puede calcularse de la siguiente manera

$$P_{\text{bateria}} = P_R + P_r$$

$$P_{\text{bateria}} = 46.439 \text{ W} + 0.773 \text{ W}$$

$$P_{\text{bateria}} = 47.212 \text{ W}$$

Demuestre que la máxima potencia entregada a la resistencia de carga  $R$  en la figura anterior ocurre cuando la resistencia de carga iguala la resistencia, es decir, cuando  $R=r$



$$\varepsilon = i * r + i * R$$

$$\varepsilon = i(r + R)$$

$$i = \frac{\varepsilon}{(r + R)}$$

$$\varepsilon = i * r + i * R$$

$$\varepsilon = i(r + R)$$

$$i^2 = \frac{\varepsilon^2}{(r + R)^2}; \text{ecuacion 1}$$

$$P = i^2 * R; \text{ecuacion 2}$$

Reemplazando la ecuacion 1 en la ecuacion 2

$$P = \frac{\varepsilon^2}{(r + R)^2} * R$$

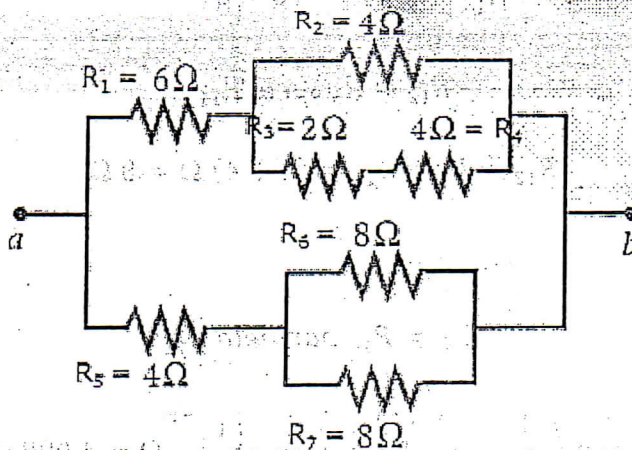
Pero  $R = r$

Entonces se obtiene lo siguiente

$$P = \frac{\varepsilon^2}{(r + r)^2} * r = \frac{\varepsilon^2}{4r} = \frac{12^2}{4 * 0.05} = 720 \text{ W}$$

**Resistencias equivalentes serie y paralelo**

**Hallar la resistencia entre los puntos A y B de la figura**





Para resistencias en serie  $R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_n = R_1 + R_2 + \dots + R_n$

Para resistencias en paralelo  $R_{eq} = \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_n} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_1} \right)^{-1}$

### Resolución

$$R_8 = R_3 \text{ serie } R_4$$

$$R_8 = R_3 + R_4 = (2 + 4) \Omega = 6 \Omega$$

$$R_9 = R_2 \text{ paralelo } R_8$$

$$R_9 = \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_8} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right)^{-1} \Omega = 2.4 \Omega$$

$$R_{10} = R_1 \text{ serie } R_9$$

$$R_{10} = R_1 + R_9 = (6 + 2.4) \Omega = 8.4 \Omega$$

$$R_{eq} = R_{11} = R_6 \text{ paralelo } R_7$$

$$R_{11} = \left( \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right)^{-1} \Omega = 4 \Omega$$

$$R_{12} = R_5 \text{ serie } R_{11}$$

$$R_{12} = R_5 + R_{11} = (4 + 4) \Omega = 8 \Omega$$

$$R_{eq} = R_{10} \text{ paralelo } R_{12}$$

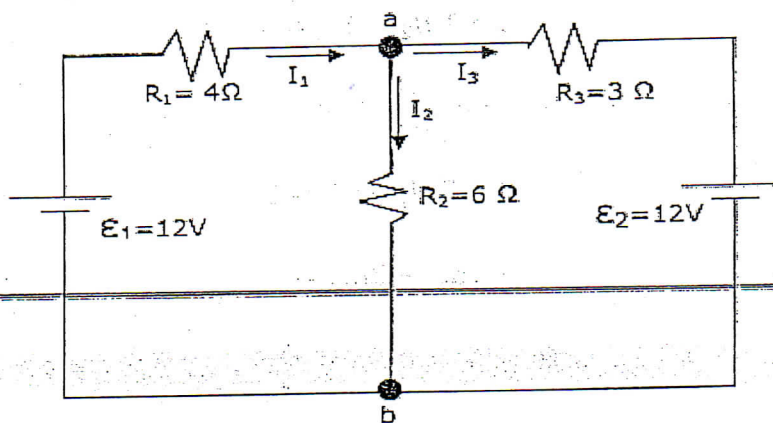
$$R_{eq} = \left( \frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_{12}} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{8.4} + \frac{1}{8} \right)^{-1} \Omega = 4.098 \Omega$$

## Leyes de Kirchoff

Las leyes de Kirchhoff son dos igualdades que se basan en la conservación de la energía y la carga en los circuitos eléctricos. Fueron descritas por primera vez en 1845 por Gustav Kirchhoff. Son ampliamente usadas en ingeniería eléctrica.

### Ejercicios

En el circuito indicado en la figura, las baterías tienen una resistencia interna despreciable. Hallar la corriente en cada resistencia.



### Aplicando las leyes de Kirchhoff

Ley de los nudos:

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad \text{ecuacion 1}$$

Ley de las mallas

$$\varepsilon_1 - I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0 \quad \text{ecuacion 2}$$

$$\varepsilon_1 - I_1 R_1 - I_3 R_3 - \varepsilon_2 = 0 \quad \text{ecuacion 3}$$

Sustituyendo la ecuacion 1 en 2

$$\varepsilon_1 - I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0$$

$$\varepsilon_1 - (I_2 + I_3) R_1 - I_2 R_2 = 0$$

$$\varepsilon_1 - I_2 (R_1 + R_2) - I_3 R_1 = 0$$

$$12 - 10I_2 - 4I_3 = 0 \quad \text{Ecuacion 4}$$

*Sustituyendo la ecuacion 1 en 3*

$$\varepsilon_1 - I_1 R_1 - I_3 R_3 - \varepsilon_2 = 0$$

$$\varepsilon_1 - (I_2 + I_3)R_1 - I_3 R_3 - \varepsilon_2 = 0$$

$$\varepsilon_1 - I_3(R_1 + R_3) - I_2 R_1 - \varepsilon_2 = 0$$

$$-7I_3 - 4I_2 = 0 \text{ ecuacion 5}$$

*Resolviendo el sistema de ecuaciones planteado con las ecuaciones 4 y 5*

$$12 - 10I_2 - 4I_3 = 0$$

$$-7I_3 - 4I_2 = 0$$

$$84 - 70I_2 - 28 = 0$$

$$-16I_3 - 28I_2 = 0$$

*Resolviendo obtenemos  $I_2$*

$$-84 + 54I_2 = 0$$

$$I_2 = \frac{14}{9} A$$

*Reemplazando en la ecuacion 4 obtenemos  $I_3$*

$$12 - 10I_2 - 4I_3 = 0$$

$$12 - 10\left(\frac{14}{9}\right) - 4I_3 = 0$$

$$I_3 = -\frac{8}{9} A$$

*De la primera ecuacion obtenemos  $I_1$ ;  $I_1 = I_2 + I_3$*

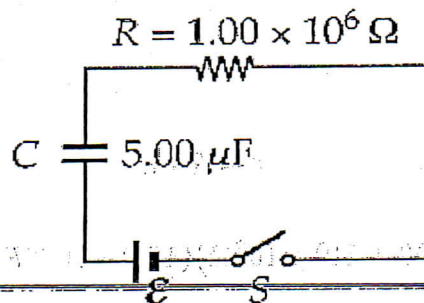
$$I_1 = \frac{14}{9} + \left(-\frac{8}{9}\right)$$

$$I_1 = \frac{2}{3} A$$

## Circuitos RC

Considere un circuito RC en serie para el cual  $R=1.00 \text{ M}\Omega$ ,  $C=5.00 \text{ }\mu\text{F}$  y  $\mathcal{E}=30.0 \text{ V}$ . Encuentre

- La constante de tiempo del circuito
- La carga máxima del capacitor después de que se cierra el interruptor
- Si el interruptor se cierra en  $t=0$ , determine la corriente en el resistor después de  $10.0 \text{ s}$  después.



a)

$$\tau = R * C = (1.00 * 10^6 \Omega) (5.00 * 10^{-6} \text{ F})$$

$$\tau = 5.00 \text{ s}$$

b)

$$Q = C * \mathcal{E}$$

$$Q = (5.00 * 10^{-6} \text{ F})(30.0 \text{ V}) = 15.0 \text{ }\mu\text{C}$$

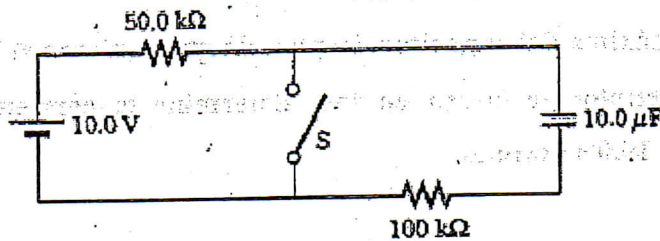
c)

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{30.0}{1.00 * 10^6} e^{-\frac{10}{(1.00 * 10^6)(5.00 * 10^{-6})}}$$

$$I(t) = 4.06 \text{ }\mu\text{A}$$



En el circuito mostrado en la figura el interruptor S ha estado abierto durante un largo tiempo. Luego se cierra repentinamente. Calcule la constante de tiempo a) antes de cerrar el interruptor y b) después de cerrarlo c) si el interruptor se cierra en  $t=0$ , determine la corriente a través de él como una función de tiempo.



a)

$$\tau = R * C$$

$$\tau = ((100 + 50) * 10^3 \Omega)(10.0 * 10^{-6} F) = 1.50 \text{ s}$$

b)

$$t = R * C$$

$$\tau = (100 * 10^3 \Omega)(10.0 * 10^{-6} F) = 1.00 \text{ s}$$

c)

$$I_1 = \frac{V}{R} = \frac{10.0 \text{ V}}{50.0 * 10^3 \Omega} = 200 \mu A$$

$$I_2 = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$I_2 = \frac{10.0 \text{ V}}{100 * 10^3} e^{-\frac{t}{1.00 \text{ s}}}$$

$$I_2 = (100 \mu A) e^{-\frac{t}{1.00 \text{ s}}}$$

$$I = I_1 + I_2 = 200 \mu A + (100 \mu A) e^{-\frac{t}{1.00 \text{ s}}}$$

## MAGNETISMO

El fenómeno del magnetismo es ejercido por un campo magnético, por ejemplo, una corriente eléctrica o un dipolo magnético crea un campo magnético, éste al girar imparte una fuerza magnética a otras partículas que están en el campo.

Por ejemplo, del movimiento de electrones en una corriente eléctrica o en casos del movimiento orbital de los electrones alrededor del núcleo atómico. Estas también aparecen de un dipolo magnético intrínseco que aparece de los efectos cuánticos, p.e. del spin de la mecánica cuántica.

La misma situación que crea campos magnéticos (carga en movimiento en una corriente o en un átomo y dipolos magnéticos intrínsecos) son también situaciones en que el campo magnético causa sus efectos creando una fuerza. Cuando una partícula cargada se mueve a través de un campo magnético  $B$ , se ejerce una fuerza  $F$  dado por el producto cruz:

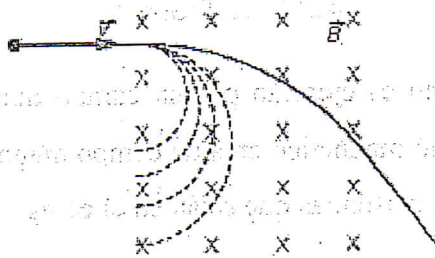
$$\vec{F} = q * (\vec{v} \times \vec{B})$$

### Ejercicios

Una carga eléctrica,  $q=3.2 \cdot 10^{-19}$  C, de masa  $6,710^{-27}$  Kg, entra en una zona con un campo magnético,  $B$ , uniforme, dirigido perpendicularmente a la hoja y hacia dentro del papel. La anchura de la zona es de 2m.

- a) Indica dos o tres trayectorias posibles para la carga dentro de esta según el modulo de la velocidad con la que entra ( $v$  es perpendicular a  $B$ )

La trayectoria que describe una partícula cargada al penetrar en una región en la que existe un campo magnético depende del ángulo que forman los vectores de velocidad y de inducción. En este caso, ese ángulo es de  $90^\circ$ , por lo que la partícula describirá una trayectoria circular. El radio de dicha trayectoria es proporcional al modulo de la velocidad con que penetra la partícula en el campo, por lo que existirán tantas trayectorias circulares como velocidades posibles para la partícula.



- b) Si el modulo de B vale  $10^{-3}$  T. ¿Cuál es la mínima que debe tener la carga para que atraviese toda la zona?

Para que la partícula atraviese la región del campo magnético, su velocidad debe ser tal que el radio de la trayectoria circular sea mayor que la anchura de dicha región.

$$\text{Fuerza de Lorentz; } \vec{F} = q * (\vec{v} \times \vec{B}) \rightarrow F = q * v * B * \text{sen } 90^\circ$$

$$F = F_n = q * v * B * \text{sen } 90^\circ = \frac{m * v^2}{R}$$

$$v = \frac{R * q * B}{m} = \frac{(2)(3.2 * 10^{-19})(10^{-3})}{6.71 * 10^{-27}} = 95.4 * 10^3 \frac{m}{s}$$

Un electron se mueve en una región sin ningún campo de fuerzas, con una velocidad de  $10^8$  m/s , en la dirección y sentidos indicados en la figura, y llega a un punto, P, en el que entra en una región con un ampo magnetico perpendicular al papel y hacia dentro:



- a) Que intensidad ha de tener el campo magnético para que el electrón vuelva a la primera región por el punto Q situado a 30 cm de P?

$$\vec{F} = q * (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$F = F_n = q * v * B * \text{sen } 90^\circ = \frac{m * v^2}{R}$$

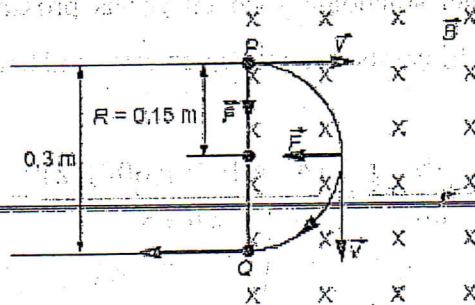


$$R = \frac{0.30}{2} = 0.15 \text{ m}$$

$$B = \frac{m * v}{R * q} = \frac{(9.11 * 10^{-31})(10^8)}{(0.15)(1.6 * 10^{-19})} = 3.8 * 10^{-3} \text{ T}$$

b) ¿A qué lado de P está situado Q?

El vector  $\vec{F}$  está dirigido según el producto vectorial de  $\vec{v}$  por  $\vec{B}$  y su sentido esta determinado por la carga de la partícula. En este caso, al tratarse de un electrón; el sentido de la fuerza es el contrario al correspondiente a dicho producto vectorial, tal como se aprecia en la figura.



Por lo tanto, la carga describe la trayectoria circular en el sentido de las agujas del reloj y el punto Q se encuentra 30 cm por debajo de P.

c) Si aumentamos en un factor 2 la intensidad de B ¿a qué distancia de P volvería el electrón a la primera región?

$$B = \frac{m * v}{R * q}$$

$$\bar{B} = \frac{m * v}{\bar{R} * q}$$

$$\frac{\bar{B}}{B} = \frac{R}{\bar{R}}$$

$$\bar{R} = \frac{B}{\bar{B}} * R = \frac{R}{2} = \frac{0.15}{2} = 0.075 \text{ m}$$

El electrón saldrá a la primera región pasando por un situado a una distancia  $2 * \bar{R} = 0.15 \text{ m}$  de P, es decir la mitad de distancia que en el caso anterior.



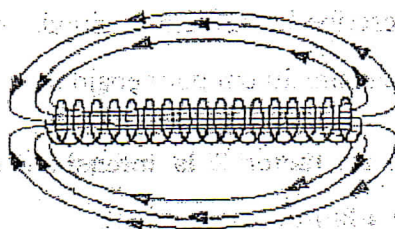
Un solenoide está construido enrollado uniformemente 600 vueltas de un fino hilo conductor sobre un cilindro hueco de 30 cm de longitud. Por el bobinado se hace circular una corriente  $I=2^a$ . Se pide calcular lo siguiente:

- a) Calcular el campo magnético en el interior del solenoide y representa gráficamente, de forma aproximada, las líneas de campo magnético dentro y fuera del solenoide.

$$B = \frac{\mu_o * N * I}{L} = \frac{(4\pi * 10^{-7})(600)(2)}{0.3} = 5.03 * 10^{-3} T$$

En los extremos del solenoide y en las zonas próximas a ellos, las líneas de campo se separan. El campo magnético en estos puntos equivale a:

$$B = \frac{\mu_o * N * I}{2L} = \frac{(4\pi * 10^{-7})(600)(2)}{(2)(0.3)} = 2.51 * 10^{-3} T$$



- b) Una partícula cargada entra al solenoide moviéndose con velocidad  $V$  a lo largo de su eje. Debido a la existencia del campo magnético ¿Se curvara en algún sentido su trayectoria? ¿Por qué?

Como se aprecia en la figura anterior, las líneas de campo en el interior del solenoide y, en particular, en su eje, tienen la dirección señalada por la longitud de este. Por tanto, cuando la partícula entra al solenoide con velocidad coincidente con el eje mismo, los vectores velocidad y campo magnético son paralelos. En consecuencia, la fuerza magnética que actúa sobre la partícula es nula.

## FUENTES DE CAMPO MAGNÉTICO

### Ley de Biot – Savart

La ley de Biot-Savart indica el campo magnético creado por corrientes eléctricas estacionarias.

En el caso de las corrientes que circulan por circuitos filiformes (o cerrados), la contribución de un elemento infinitesimal de longitud  $d\vec{l}$  del circuito recorrido por una corriente  $I$  crea una contribución elemental de campo magnético,  $d\vec{B}$  en el punto situado en la posición que apunta el vector  $\vec{U}_r$  a una distancia  $r$  respecto de  $d\vec{l}$ , quien apunta en dirección a la corriente  $I$ :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} (d\vec{l} \times \vec{r})$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Tm}{A} \text{ permeabilidad al vacío}$$

### Ley de Ampere

En su forma original, la Ley de Ampère relaciona el campo magnético con la corriente eléctrica que lo genera.

Esta ley afirma que la circulación de un campo magnético es diferente de cero y con esto se llega a la conclusión que el campo magnético es no conservativo por ende la fuerza magnética es una fuerza no conservativa.

Esta ley afirma que:

$$\oint_C d\vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 I_{\text{neta}}$$

## INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

La ley de inducción de Faraday establece que la Fuerza Electromotriz inducida en un circuito es igual a menos la derivada del flujo magnético con respecto del tiempo.

Matemáticamente se puede expresar como:

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt}$$

$\Phi$  = Flujo magnético en weber

t = Tiempo en segundos

y el signo - es debido a la Ley de Lenz.

La inducción electromagnética es el principio fundamental sobre el cual operan transformadores, generadores, motores eléctricos, la vitrocerámica de inducción y la mayoría de las demás máquinas eléctricas.

De forma más general, las ecuaciones que describen el fenómeno son:

$$V_{AB} + V_{BA} = (1)4$$

$$\varepsilon = -N \frac{d\phi_B}{dt}$$

### Ejercicios

Los rieles de una vía férrea están separados un metro y se encuentran aislados eléctricamente uno del otro. Un tren, que pasa sobre los rieles a 100 km/h, establece una conexión eléctrica entre ellos. Si el campo magnético terrestre tiene una componente vertical de  $0.2 \cdot 10^{-4}$  T, calcula la fem que existe entre las ruedas del tren que conectan los dos rieles.





En este caso, al ser en campo constante, la variación del flujo se produce debido al aumento de la superficie expuesta al campo magnético.

$$d\phi = \vec{B} * d\vec{S} = B * dS * \cos 0^\circ$$

$$d\phi = B * L * dx = B * L * v * dt$$

Aplicando la ley de Faraday

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = B * L * v = -\frac{B * L * v * dt}{dt}$$

$$\varepsilon = -B * L * v = -(0.2 * 10^{-4})(1)(100) \left( \frac{1000}{3600} \right) = -5.56 * 10^{-4} \text{ V}$$

Una bobina circular de 30 vueltas y radio 4 cm se coloca en un campo magnético dirigido perpendicularmente al plano de la bobina. El módulo del campo magnético varia con el tiempo de acuerdo con la expresión:

$$B(t) = 0.01t + 0.04t^2$$

Donde t esta expresado en segundos y B en teslas. Calcula:

a) El flujo magnético que atraviesa la bobina en función del tiempo

El flujo magnético que atraviesa la bobina viene dado por la expresión:

$$\phi = N * \vec{B} * \vec{S} = N * B * S * \cos \alpha$$

En este caso  $\alpha = 0$ , puesto que el campo magnético está dirigido perpendicularmente al plano de la bobina.

$$\phi = N * B * S = (30)(0.01t + 0.04t^2)(\pi * 0.04^2)$$

$$\phi = (4.8 * 10^{-2})(\pi)(0.01t + 0.04t^2) \text{ Wb}$$



b) La fuerza electromotriz inducida en la bobina para  $t=5$  s

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d[(4.8 * 10^{-2})(\pi)(0.01t + 0.04t^2)]}{dt}$$

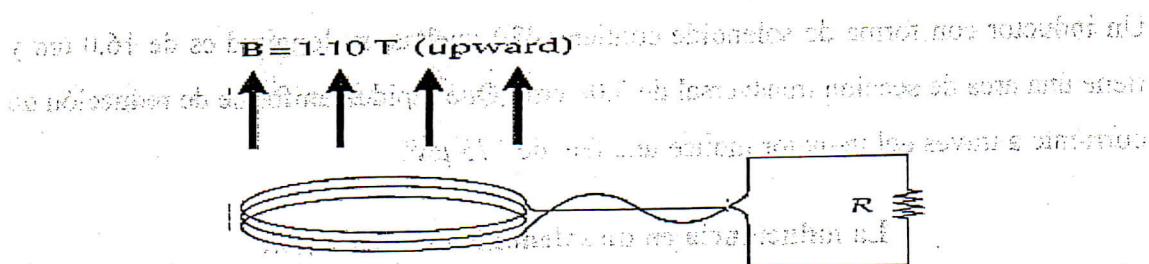
$$\varepsilon = -(4.8 * 10^{-2})(\pi)(0.01 + 0.08t)V$$

$$\text{Para } t = 5 \text{ s}$$

$$\varepsilon = -(4.8 * 10^{-2})(\pi)(0.01 + 0.08 * 5) V$$

$$\varepsilon = -0.062 V$$

Una bobina circular que encierra un área de  $100 \text{ cm}^2$  está integrada por 200 vueltas de alambre de cobre, como se muestra en la figura. Al principio un campo magnético uniforme de  $1.10 \text{ T}$  apunta perpendicularmente hacia arriba del plano de la bobina. La dirección del campo se invierte después. Durante el tiempo que el campo está cambiando su dirección. ¿Cuánta carga fluye a través de la bobina si  $R=5.00 \Omega$ ?



$$\varepsilon = -N \frac{d\phi_B}{dt}$$

$$IR = -N \frac{d\phi_B}{dt}$$

$$\int I dt = -\frac{N}{R} \int d\phi_B$$

$$Q = -\frac{N}{R} \Delta\phi_B = -\frac{N}{R} A(B_f - B_i)$$

$$Q = -\left(\frac{200}{5.00 \Omega}\right)(100 * 10^{-4} \text{ m}^2)(-1.10 - 1.10) = 0.880 \text{ C}$$

## Inductancia y circuitos LR

Según Faraday:

$$v_L = -L \frac{di}{dt}$$

$$-N \frac{d\phi_B}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

$$L = \frac{N\phi_B}{I}$$

Donde  $L$  se la conoce como autoinductancia o simplemente inductancia y representa la capacidad para almacenar energía en el campo magnético de un dispositivo llamado inductor: se lo expresa en Henry (H) que es volt-s por amperio.

### Ejercicio

Un inductor con forma de solenoide contiene 420 vueltas, su longitud es de 16.0 cm y tiene una área de sección transversal de  $3.00 \text{ cm}^2$ . ¿Qué rapidez uniforme de reducción de corriente a través del inductor induce una fem de  $175 \mu\text{V}$ ?

La inductancia en un solenoide está dada por.

$$L = \frac{N\phi_B}{I} = \frac{NBA}{I} = \frac{N\mu_0 nIA}{I}$$

$$L = \frac{N\mu_0 NA}{l} = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$$

$$v_L = L \frac{di}{dt}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{v_L}{L} = \frac{L}{\mu_0 N^2 A} v_L = \frac{0.16}{(4\pi * 10^{-7})(420^2)(9 * 10^{-4})} (75 * 10^{-6})$$

$$\frac{di}{dt} = 0.06 \frac{\text{A}}{\text{s}}$$

## CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA

Son aquellos circuitos donde varía cíclicamente la corriente eléctrica.

Un circuito de corriente alterna consta de una combinación de elementos (resistencias, capacidades y autoinducciones) y un generador que suministra la corriente alterna.

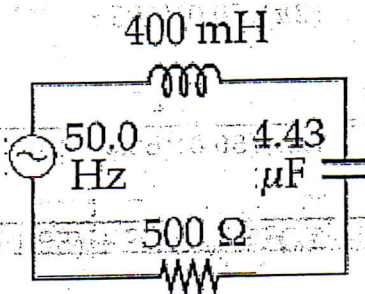
Una fem alterna se produce mediante la rotación de una bobina con velocidad angular constante dentro de un campo magnético uniforme producido entre los polos de un imán.

$$v = V_o \text{ sen}(\omega t)$$

Para analizar los circuitos de corriente alterna, se emplean dos procedimientos, uno geométrico denominado de vectores rotatorios y otro, que emplea los números complejos.

### Ejercicios

Un inductor ( $L=400 \text{ mH}$ ), un capacitor ( $C=4.43 \mu\text{F}$ ) y un resistor ( $R=500 \Omega$ ) están conectados en serie. Un generador de corriente alterna de  $50 \text{ Hz}$  produce una corriente de  $250 \text{ mA}$  en el circuito. a) Calcule el voltaje de pico requerido  $V_{\text{max}}$  b) Determine el ángulo de desfase por el cual la corriente adelanta al o esta retrasada del voltaje aplicado.



a)

$$X_L = \omega L = (2\pi)(50.0)(400 \cdot 10^{-3}) = 126 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(2\pi)(50.0)(4.43 \cdot 10^{-6})} = 719 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{500^2 + (126 - 719)^2} = 776 \Omega$$

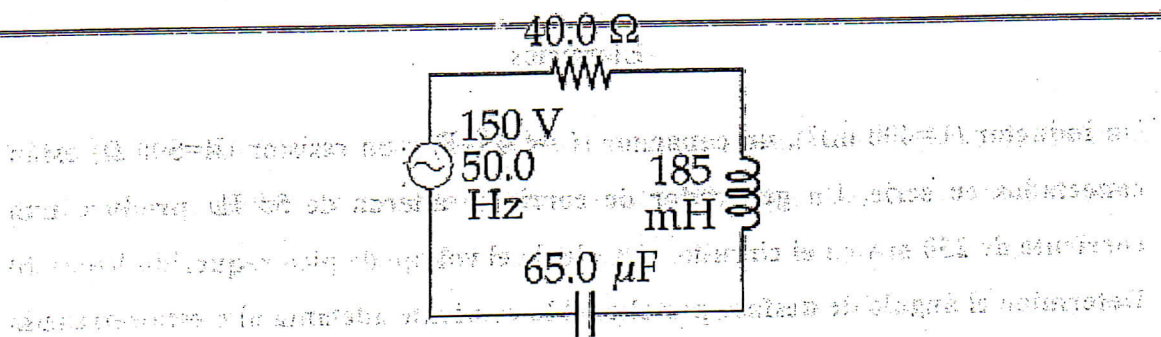
$$\Delta V_{max} = I_{max} Z = (250 * 10^{-3})(776) = 194 V$$

b)

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{X_L - X_C}{R} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{126 - 719}{500} \right) = -49.9^\circ$$

Debido a que el ángulo es negativo la corriente adelanta al voltaje

Una fuente ca con  $\Delta V_{max} = 150 V$  y  $f = 50 Hz$  está conectada entre los puntos a y d. calcule los voltajes máximos entre los puntos a) a y b, b) b y c, c) c y d y d) b y d



$$X_L = \omega L = (2\pi)(50.0)(185 * 10^{-3}) = 58.1 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(2\pi)(50.0)(65.0 * 10^{-6})} = 49.0 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{40.0^2 + (58.1 - 49.0)^2} = 41 \Omega$$

$$\Delta V_{max} = I_{max} Z$$

$$I_{max} = \frac{\Delta V_{max}}{Z} = \frac{150}{41.0} = 3.66 A$$

a)

$$\Delta V_R = I_{max} R = (3.66)(40) = 146 V$$



b)

$$\Delta V_L = I_{\max} X_L = (3.66)(58.1) = 112.5 \text{ V}$$

c)

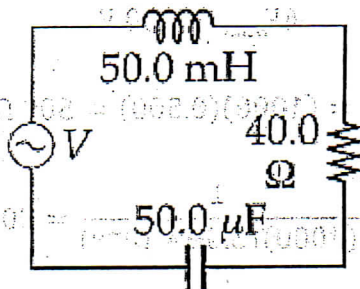
$$\Delta V_C = I_{\max} X_C = (3.66)(49.0) = 179.1 \text{ V}$$

d)

$$\Delta V_L - \Delta V_C = 212.5 - 179.1 = 33.4 \text{ V}$$

Potencia de un circuito de ca

La fuente de voltaje de la figura tiene una salida  $\Delta V_{\max} = 100 \text{ V}$  a  $\omega = 1000 \text{ rad/s}$ .  
Determine a) la corriente suministrada en el circuito b) la potencia suministrada por la fuente c) Muestre que la potencia entregada al resistor es igual a la potencia entregada a la fuente.



$$X_L = \omega L = (1000)(0.05) = 50.0 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(1000)(50.0 \cdot 10^{-6})} = 20.0 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{40.0^2 + (50.0 - 20.0)^2} = 50.0 \Omega$$

a)

$$\Delta V_{\text{rms}} = I_{\text{rms}} Z$$

$$I_{\text{rms}} = \frac{\Delta V_{\text{rms}}}{Z} = \frac{100}{50.0} = 2.00 \text{ A}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{X_L - X_C}{R} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{50 - 20}{40} \right) = 36.9^\circ$$

b)

$$P = (\Delta V_{rms})(I_{rms})\cos\phi$$

$$P = (100 \text{ V})(2.00 \text{ A})\cos 36.9^\circ = 160 \text{ W}$$

c)

$$P = (I_{rms}^2)R = (2.00 \text{ A})^2(40.0 \Omega) = 160 \text{ W}$$

Un voltaje de ca de la forma  $\Delta v = (100\text{V})\sin(1000t)$  se aplica a un circuito RLC en serie. Si  $R=400 \Omega$ ,  $C=5.00 \mu\text{F}$ , y  $L=0.500 \text{ H}$ . ¿Cuál es la potencia promedio entregada al circuito?

$$\omega = 1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Delta V_{max} = 100 \text{ V}$$

$$\omega L = (1000)(0.500) = 500 \Omega$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(1000)(5.00 \cdot 10^{-6})} = 200 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} = \sqrt{400^2 + (500 - 200)^2} = 500 \Omega$$

$$\Delta V_{max} = I_{max} Z$$

$$I_{max} = \frac{\Delta V_{max}}{Z} = \frac{100}{500} = 0.200 \text{ A}$$

$$P = (I_{rms}^2)R = \frac{I_{max}^2}{2} R$$

$$P = \frac{0.200^2}{2} (400) = 8.00 \text{ W}$$