

Chap II : Calcul d'incertitude

Définitions :

Pour toute grandeur mesurable **A**, il est possible de définir :

- sa valeur mesurée **a**
- sa valeur exacte **a₀** qu'on ne peut pas atteindre

Erreur Absolue : se définit alors par $\delta a = a - a_0$

Les erreurs qu'on commet pendant les mesures sont divisées en deux types d'erreurs :

- Erreurs systématiques** : Ces erreurs ne varient pas lors de mesures répétées, et sont généralement dues à des instruments de mesure mal étalonnés (erreurs matérielles) ou à une modélisation théorique de l'expérience insuffisamment précise (erreurs théoriques).
- Erreurs aléatoires** : Les signe et les valeurs de ces erreurs varient aléatoirement, et sont généralement dues à des instabilités pendant les mesure. Ces erreurs dispersent les valeurs mesurées autour d'une valeur centrale, et peuvent être détectées en répétant plusieurs fois la mesure.

Incertitude absolue :

L'erreur absolue δa n'étant pas connue, on se contente de donner une limite supérieure Δa appelée incertitude absolue telle que :

$\delta a \leq \Delta a \Rightarrow \Delta a > 0$ (l'incertitude absolue est toujours >0), ce qui donne une expression de la valeur mesurée : $a = a_0 \pm \Delta a$

Cette expression veut dire que la meilleure estimation de (**a**) se situe fort probablement entre (**a₀ - Δa**) et (**a + Δa**)

Incertitude relative :

C'est le rapport : $\frac{\Delta a}{a}$ et on le converti généralement en pourcentage qu'on appelle le pourcentage d'erreur.

IV. 2. Calculs d'incertitude

Soit une grandeur $g=f(x, y, z)$, sa différentielle totale s'écrit :

$$dg = \frac{\partial g}{\partial x} dx + \frac{\partial g}{\partial y} dy + \frac{\partial g}{\partial z} dz$$

L'incertitude absolue sur la variable g s'obtient en passant aux variations des variables qui la compose, soit :

$$\Delta g = \left| \frac{\partial g}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial g}{\partial y} \right| \Delta y + \left| \frac{\partial g}{\partial z} \right| \Delta z$$

Exemple 1 :

Déterminer l'incertitude relative $\frac{\Delta \rho}{\rho}$ de la masse volumique de la substance d'un cube homogène à partir de la mesure de sa masse (m) et de son arrête (a).

Solution :

Si m et a désignent les valeurs approchées de la masse et de l'arête du cube, on peut écrire :

$$\rho = \frac{\text{masse}}{\text{volume}} = \frac{m}{a^3} \Rightarrow \rho = m \cdot a^{-3}$$

Dérivant la masse volumique par rapport à la masse et à l'arête du cube. Ce qui donne :

$$d\rho = \frac{\partial \rho}{\partial m} dm + \frac{\partial \rho}{\partial a} da$$

$$d\rho = a^{-3} \cdot dm + (-3) \cdot m \cdot a^{-4} \cdot da$$

En approximant les petites variations « d » par de grandes variations « Δ », il vient :

$$\Delta \rho = a^{-3} \cdot \Delta m + 3 \cdot m \cdot a^{-4} \cdot \Delta a$$

$$\Rightarrow \Delta \rho = \frac{\Delta m}{a^3} + 3 \cdot m \cdot \frac{\Delta a}{a^4}$$

$$\text{D'où : } \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} + 3 \cdot \frac{\Delta a}{a}$$

Remarque :

On retrouve la même chose en prenant $\ln(\rho)$ et en différentiant la nouvelle équation.

\ln : est la fonction népérienne.