امتحان بكالوريا تجريبي تعليم ثانوي — دورة 2025

الشعبة : علوم تجريبية — ثانوية بوعناني الجيلالي

اختبار في مادة الرياضيات — المدة : 03 ساعات و نصف

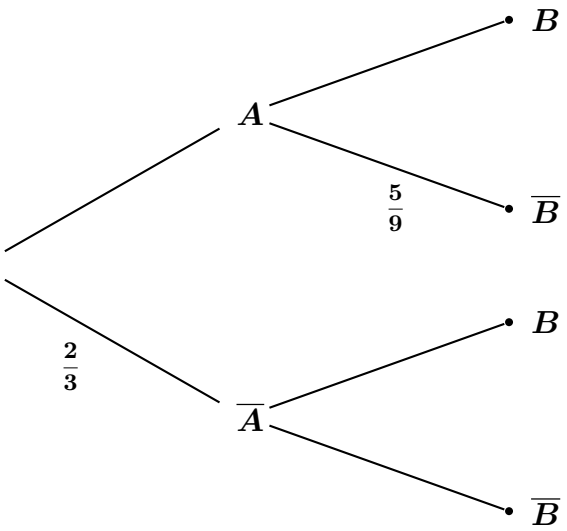
الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

U_1 و U_2 صندوقان متماثلان يحتوي U_1 على 5 كرات حمراء و 4 كرات بيضاء و يحتوي U_2 على 4 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء. (الكرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس).

نرمي زهر نرد غير مزيف، اذا تحصلنا رقم مضاعف لـ 3 نسحب كرتين في آن وحد من الصندوق U_1 و في باقي الحالات نسحب كرتين على التوالي مع ارجاع الكرة المسحوبة من U_2.

نسمي الحدث A " الحصول على رقم مضاعف لـ 3" نسمي الحدث B " الحصول على كرتين من نفس اللون".



1) انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم اكملها.

2) احسب $P(B)$.

3) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون، احسب احتمال ان يكونا من الصندوق U_2.

4) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة العدد 2 في حال كانت الكرتين من نفس اللون و العدد -1 في حال كانت الكرتين مختلفتين في اللون.

- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X، ثم بين $E(X) = \frac{205}{441}$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

I) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(Z)$ حيث : $p(Z) = Z^3 - 8$.

1) تحقق أن : $(Z-2)(Z^2+2z+4) = Z^3 - 8$.

2) استنتج كل حلول المعادلة : $Z^3 - 8 = 0$.

II) نعتبر في المستوي المركب $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقط C, B, A ذات اللواحق : $Z_A = -1+\sqrt{3}i$, $Z_B = \overline{Z_A}$, $Z_C = 2$

1) اكتب Z_C, Z_B, Z_A على الشكل الأسي.

2) استنتج أن النقط C, B, A تنتمي الى نفس الدائرة. (يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها).

3) بين أن $Z_A^{2026} = 2^{2025}.Z_A$، ثم استنتج ما يلي :($Z_A^{2026} + Z_B^{2026} + Z_C^{2026}$).

4) اكتب العدد المركب $L = \frac{Z_B - Z_A}{Z_A - Z_C}$ على الشكل الجبري ثم الأسي.

5) ا) أعط تفسيرا هندسيا لطويلته وعمدته. واستنتج طبيعة المثلث ABC.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 2$ ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \frac{(1+\alpha)u_n - \alpha}{u_n}$ حيث : $\alpha \in]0;1[$.

1) ا) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 1$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة، و استنتج أنها متقاربة، ثم احسب نهاية المتتالية (u_n).

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة، من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n - \alpha}$.

ا) بين أن (v_n) متتالية هندسية، يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n و α، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n و α.

ج) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ، و تحقق من اجابة السؤال 1)ب).

3) ا) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$.

ب) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n - 1 = \dfrac{\alpha - 1}{u_n - \alpha}$.

ج) استنتج حساب المجموع S'_n بدلالة n و α حيث : $S'_n = \dfrac{1}{u_0 - \alpha} + \dfrac{1}{u_1 - \alpha} + \cdots + \dfrac{1}{u_n - \alpha}$.

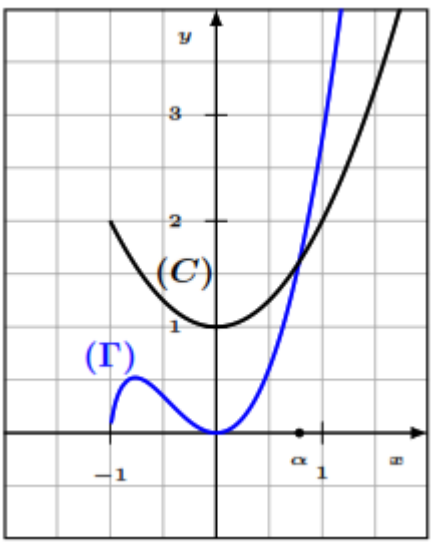
التمرين الرابع : (07 نقاط)

في الشكل المقابل (C) و (Γ) هما على الترتيب التمثيلان البيانيان للدالتين العدديتين على المجال $]-1;+\infty[$ بـ : $x \mapsto 1 + x^2$ و $x \mapsto 2x(1+x)\ln(1+x)$

(C) و (Γ) يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها α تحقق : $0.78 < \alpha < 0.79$.

الدالة g العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = 1 + x^2 - 2x(1+x)\ln(1+x)$$



1) بقراءة بيانية ، حدد حسب قيم x من المجال $]-1;+\infty[$ وضعية (C) بالنسبة الى (Γ).

2) استنتج حسب قيم x من المجال $]-1;+\infty[$ اشارة $g(x)$.

II) الدالة العددية f معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{\ln(1+x)}{1+x^2}$.

و (C_f) تمثيلها البياني ي المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ا) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$ ، وبين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

ب) فسر النهايتين هندسيا.

2) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x+1)(1+x^2)^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f، ثم سكل جدول تغيراتها.

ج) بين أن $f(\alpha) = \dfrac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

د) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند المبدأ O.

3) ارسم (T) و (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) \approx 0.36$)

4) الدالة العددية h معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = \dfrac{\ln(1+|x|)}{1+x^2}$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

ا) بين أن الدالة h زوجية.

ب) اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير :

1) الجذران التربيعيان للعدد المركب i هما : $1+i$ و $1-i$.

2) f دالة معرفة على $[1;3]$ بـ: $f(x)=\ln(x+1)$ القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1;3]$ هي : $2+\ln 64$.

3) نعتبر العدد المركب $z=\dfrac{1}{2+i\alpha}$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$

- من أجل كل عدد حقيقي α لدينا: $z+\overline{z}=4z\overline{z}$

4) (u_n) متتالية هندسية أساسها 4 وحدها الأول $u_0=3$

نعتبر المجموع: $S_n=u_0C_n^0+u_1C_n^1+u_2C_n^2+.....+u_nC_n^n$

- $S_n=3\times 5^n$ (يمكن استعمال دستور ثنائي الحد)

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر صندوقين متماثلين U_1 و U_2 بهما كرات لا نفرق بينها باللمس حيث :

U_1 يحتوي على خمس كرات حمراء تحمل الأرقام $1,1,1,2,0$ و ثلاث كرات خضراء تحمل الارقام $0,1,1$

U_2 يحتوي على ثلاث كرات حمراء تحمل الارقام $1,1,2$ و كرتين خضراوين تحملان الرقمين $1,0$.

نختار عشوائيا احد الصندوقين، اذا كان U_1 نسحب منه كرتين على التوالي دون ارجاع، و اذا كان U_2 نسحب منه كرتين على التوالي وبالإرجاع.

1) احسب احتمال الحوادث التالية :

- "A" : سحب كرتين من نفس اللون.
- "B" : سحب كرتين تحملان نفس الرقم.

2) بين أن : $P(A\cap B)=\dfrac{37}{175}$. هل الحدثان A و B مستقلان؟ علل.

3) اذا علمت أن الكرتين المسحوبتين من لونين مختلفين. فما هو احتمال أن تكون من الصندوق U_1؟

4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين من الصندوق U_1.

ا) عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله.

ب) احسب $E(-3X+7)$.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\dfrac{n+2}{2n+2}u_n$.

1) ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n>0$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة، ثم استنتج أنها متقاربة.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=\dfrac{u_n}{n+1}$.

ا) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالة n، ثم استنتج u_n بدلالة n.

ج) بين أن : $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n}{2^n} = 0$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

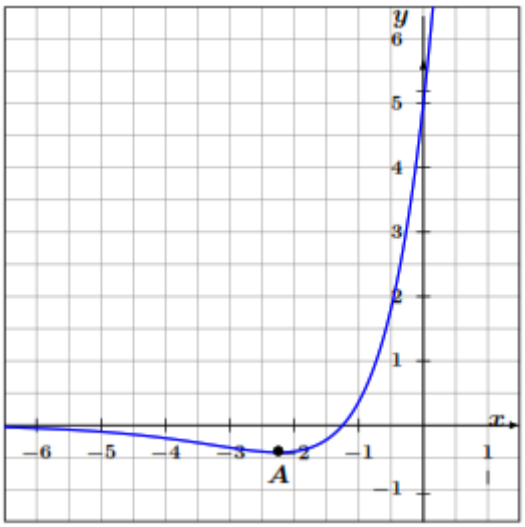
3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $S_n = \frac{1}{2^2} + \frac{2}{2^3} + \cdots + \frac{n}{2^{n+1}}$.

ا) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n - u_{n+1} = \frac{n}{2^{n+1}}$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n = 1 - u_n$، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

g الدالة المعرفة و القابلة للاشتقاق على $]-\infty;1]$ بـ : $g(x) = (ax+b)e^x - 1$ (a و b عددان حقيقيان).



I) في الشكل أدناه، (C') هو التمثيل البياني للدالة g' مشتقة الدالة g.

1) اذا علمت أن (C') يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $-\frac{5}{4}$ ، و يقطع حامل محور التراتيب في النقطة ذات الترتيبة 5 ، وأنه يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل في النقطة A ذات الفاصلة $-\frac{9}{4}$.

ا) بقراءة بيانية ادرس اتجاه تغير الدالة g، ماذا تمثل النقطة A؟

ب) عين العددين a و b.

(في باقي التمرين نضع $a = 4$ و $b = 1$)

2) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة g على المجال $]-\infty;1]$.

ب) احسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]-\infty;1]$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;1]$ بـ : $f(x) = x - (4x-3)e^x$

و ليكن (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) ا) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y = x$.

ب) ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) مع تحديد نقطة تقاطعهما.

2) ا) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها. (لاحظ أن $f'(x) = -g(x)$).

ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $-2 < \alpha < -\frac{5}{4}$ و $\frac{3}{4} < \beta < 1$.

3) ا) اكتب معادلة لـ (Δ') مماس (C) الذي يوازي (Δ)، ثم ارسم المستقيمين (Δ) و (Δ') و المنحنى (C).

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود و عدد حلول المعادلة $(4x-3)e^x = m$.

4) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]-\infty;1]$ بـ : $h(x) = (4x-3)e^x$.

ا) بين أنه من أجل كل x من المجال $]-\infty;1]$ فإن : $h(x) = 2h'(x) - h''(x)$.

ب) استنتج دالة أصلية للدلة h على المجال $]-\infty;1]$ ، و التي تنعدم عند 0.

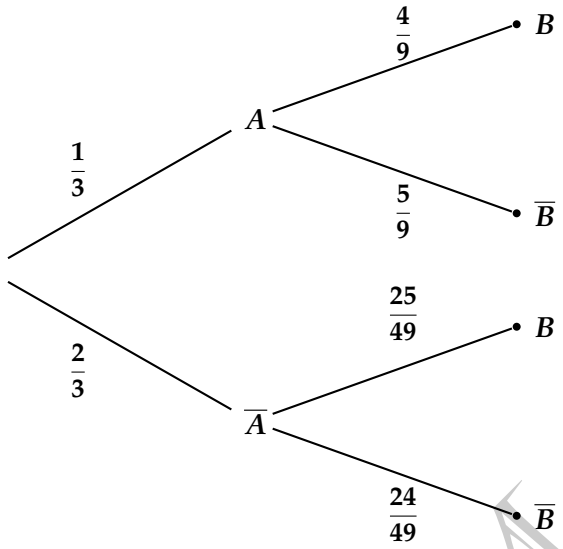
ج) احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C) ، (Δ) ، محور التراتيب و المستقيم ذو المعادلة $x = -1$.

الإجابة النموذجية للإمتحان التجريبي 2025 في مادة الرياضيات

الموضوع الأول

حل التمرين الأول: (04 نقاط)

1 اكمال الشجرة :



2 حساب $P(B)$: $P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \overline{A}) = \frac{1}{3} \times \frac{4}{9} + \frac{2}{3} \times \frac{25}{49} = \frac{646}{1323}$

3 حساب احتمال أن تكون الكرتين المسحوبتين من U_2 علما أنهما من نفس اللون: $P_B(\overline{A}) = \frac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{25}{49}}{\frac{646}{1323}} = \frac{225}{323}$

4 قانون احتمال المتغير العشوائي

x_i	2	-1
$P(X = x_i)$	$\frac{646}{1323}$	$\frac{677}{1323}$

حساب الأمل الرياضياتي : $E(X) = \frac{205}{441}$

حل التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(Z)$ حيث : $P(Z) = Z^3 - 8$.

1 التحقق :

$(Z-2)(Z^2+2Z+4) = Z^3 + 2Z^2 + 4Z - 2Z^2 - 4Z - 8 = Z^3 - 8$.

2 حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $Z^3 - 8 = 0$:

$Z^3 - 8 = 0$ تكافئ $(Z-2)(Z^2+2Z+4) = 0$ تكافئ $\begin{cases} Z - 2 = 0 \\ \text{أو } Z^2 + 2Z + 4 = 0 \end{cases}$ تكافئ : $\begin{cases} Z = 2 \\ \text{أو } Z^2 + 2Z + 4 = 0 \end{cases}$

لنحل في $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^2 + 2Z + 4 = 0$:

لدينا : $\Delta = -12 = (2i\sqrt{3})^2$

منه للمعادلة حلين هما : $Z_1 = \frac{-2 - 2i\sqrt{3}}{2} = -1 - i\sqrt{3}$; $Z_2 = \frac{-2 + 2i\sqrt{3}}{2} = -1 + i\sqrt{3}$.

اذن مجموعة حلول المعادلة $Z^3 - 8 = 0$ هي : $S = \{2; -1 + +i\sqrt{3}; -1 - i\sqrt{3}\}$.

II) نعتبر في المستوي المركب $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A, B, C ذات اللواحق : $Z_A = -1 + \sqrt{3}i$, $Z_B = \overline{Z_A}$, $Z_C = 2$ على الترتيب.

MEZIANE MATHS

1 كتابة Z_B, Z_A و Z_C على الشكل الأسي:

$$Z_A = -1 + i\sqrt{3} = 2\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2\left(\cos\frac{2\pi}{} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$$
$$Z_B = \overline{Z_A} = 2e^{-i\frac{2\pi}{3}}$$
$$Z_C = 2 = 2e^{i0}$$

2 لدينا : $|Z_A| = |Z_B| = |Z_C| = 2$ ومنه النقط B, A و C تنتمي الى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 2.

3 تبيان أن $Z_A^{2026} = 2^{2025}.Z_A$:

$Z_A^{2026} = 2^{2025}Z_A$ يكافئ $\frac{Z_A^{2026}}{Z_A} = 2^{2025}$ يكافئ $Z_A^{2025} = 2^{2025}$

لدينا : $Z_A = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$ ومنه : $Z_A^{2025} = \left(2e^{i\frac{2\pi}{3}}\right)^{2025}$ ومنه : $Z_A^{2025} = 2^{2025}e^{i\frac{2\times 2025\pi}{3}}$ أي : $Z_A^{2016} = 2^{2016}e^{i(672\times 2\pi)}$

اذن : $Z_A^{2025} = 2^{2025}e^{i(0+675\times 2\pi)} = 2^{2025}e^{i0} = 2^{2025}$

الاستنتاج :

$$\begin{aligned} Z_A^{2026} + Z_B^{2026} + Z_C^{2026} &= 2^{2025}Z_A + 2^{2025}\overline{Z_A} + 2^{2026} \\ &= 2^{2025}(Z_A + \overline{Z_A}) + 2^{2026} \\ &= -2\times 2^{2025} + 2^{2026} \\ &= -2^{2026} + 2^{2026} = 0 \end{aligned}$$

4 كتابة العدد المركب $L = \frac{Z_B - Z_A}{Z_A - Z_C}$ على الشكل الجبري ثم الأسي:

$$\begin{aligned} I = \frac{Z_B - Z_A}{Z_A - Z_C} &= \frac{-1 - i\sqrt{3} - (-1 + i\sqrt{3})}{-1 + i\sqrt{3} - 2} = \frac{-2i\sqrt{3}}{-3 + i\sqrt{3}} \\ &= \frac{-2i\sqrt{3}(-3 - i\sqrt{3})}{(-3 + i\sqrt{3})(-3 - i\sqrt{3})} = \frac{6i\sqrt{3} - 6}{12} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

5 ا اعطاء تفسير هندسي لطويلته وعمدته :

لدينا : $L = \frac{Z_B - Z_A}{Z_A - Z_C} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$ يكافئ :

$$\begin{cases} \left|\frac{Z_B - Z_A}{Z_A - Z_C}\right| = 1 \\ arg\left(\frac{Z_B - Z_A}{Z_A - Z_C}\right) = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \ /k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$ يكافئ :

$$\begin{cases} CA = AB \\ (\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{AB}) = \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$

ب استنتاج طبيعة المثلث ABC : المثلث ABC متقايس الأضلاع.

حل التمرين الثالث: (05 نقاط)

1 ا برهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 1$:

من أجل $n = 0$: $u_0 = 2 \geq 0$

اذن الخاصية محققة من أجل $n = 0$.

نفرض أن الخاصية صحيحة من أجل n أي نفرض أن $u_n \geq 1$.

و نبرهن أنها تبقى صحيحة من أجل $n + 1$ أي نبرهن أن : $u_{n+1} \geq 1$

MEZIANE MATHS

لدينا : $u_{n+1} = f(u_n)$ حيث : $f(x) = \dfrac{(1+\alpha)x - \alpha}{x}$ مع : $0 < \alpha < 1$

لدينا : f متزايدة تماما على I.

و لدينا من الفرض : $u_n \geq 1$

أي : $f(u_n) \geq f(1) = 1$ اذن : $u_{n+1} \geq 1$

ومنه : الخاصية صحيحة من أجل $n+1$.

نتيجة : من أجل كل عدد طبيعي n $u_n \geq 1$.

ب تبيان أن (u_n) متناقصة تماما :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{(1+\alpha)u_n - \alpha}{u_n} - u_n$$
$$= \frac{(1+\alpha)u_n - \alpha - u_n^2}{u_n}$$

ندرس اشارة : $u_{n+1} - u_n$

$-u_n^2 + (1+\alpha)u_n - \alpha = 0$ اذن : $\Delta = \alpha^2 + 2\alpha + 1 - 4\alpha = \alpha^2 - 2\alpha + 1 = (\alpha - 1)^2 > 0$

بما أن $\Delta > 0$ للمعادلة حلين هما :

$u_n' = \dfrac{-1-\alpha-1+\alpha}{-2} = \dfrac{-2}{-2} = 1$ و $u_n'' = \dfrac{-1+\alpha+1-\alpha}{-2} = 0$

لما $u_n \geq 1$ فإن المتتالية متناقصة تماما.

بما أن (u_n) متناقصة و محدودة من الأسفل فهي متقاربة.

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$:

لدينا (u_n) متقاربة نحو ℓ أي : $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} u_{n+1} = \ell$

اذن : $\ell = \dfrac{(1+\alpha)\ell - \alpha}{\ell}$ $\ell^2 - (1+\alpha)\ell + \alpha = 0$ اذن : $\Delta = (1+\alpha)^2 - 4\alpha = 1 + 2\alpha + \alpha^2 - 4\alpha = \alpha^2 - 2\alpha + 1$

ومنه : $\Delta = (\alpha - 1)^2$ أي : $\sqrt{\Delta} = \sqrt{(\alpha-1)^2} = 1 - \alpha$.

$\ell_1 = \dfrac{1+\alpha-1+\alpha}{2} = \alpha$ مرفوض لأن $u_n \geq 1$ و $\alpha < 1$.

$\ell_2 = \dfrac{1+\alpha+1-\alpha}{2} = 1$

2 نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة، من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n - \alpha}$.

ا تبيان أن (v_n) متتالية هندسية :

$$v_{n+1} = \frac{u_{n+1} - 1}{u_{n+1} - \alpha} = \frac{\dfrac{(1+\alpha)u_n - \alpha}{u_n} - 1}{\dfrac{(1+\alpha)u_n - \alpha}{u_n} - \alpha}$$
$$= \frac{\dfrac{(1+\alpha)u_n - \alpha - u_n}{u_n}}{\dfrac{(1+\alpha)u_n - \alpha - \alpha u_n}{u_n}}$$
$$= \frac{(1+\alpha-1)u_n - \alpha}{(1+\alpha-\alpha)u_n - \alpha}$$
$$v_{n+1} = \alpha v_n$$

اذن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \alpha$ و حدها الأول $v_0 = \dfrac{u_0 - 1}{u_0 - \alpha} = \dfrac{1}{2-\alpha}$

MEZIANE MATHS

ب كتابة عبارة الحد العام v_n بدلالة n :

$$v_n = v_0 \times q^n$$
$$v_n = \frac{1}{(2-\alpha)} \times \alpha^n$$

استنتاج عبارة u_n :

$$u_n = \frac{\dfrac{\alpha^{n+1} - 2 + \alpha}{2-\alpha}}{\dfrac{\alpha^n - 2 + \alpha}{2-\alpha}}$$
$$u_n = \frac{\alpha^{n+1} + \alpha - 2}{\alpha^n + \alpha - 2}$$

ج حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$:

$$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{\alpha^{n+1} + \alpha - 2}{\alpha^n + \alpha - 2} = 1$$

3 ا حساب المجموع :

$$S_n = v_0 + \cdots + v_n$$
$$S_n = v_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1-q}$$
$$= \frac{1}{2-\alpha} \times \frac{1-\alpha^{n+1}}{1-\alpha}$$
$$S_n = \frac{1-\alpha^{n+1}}{(2-\alpha)(1-\alpha)}$$

ب التحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n - 1 = \dfrac{\alpha - 1}{u_n - \alpha}$:

$$v_n - 1 = \frac{u_n - 1}{u_n - \alpha} - 1$$
$$= \frac{u_n - 1 - u_n + \alpha}{u_n - \alpha} = \frac{\alpha - 1}{u_n - \alpha}$$

وهو المطلوب.

ج استنتج حساب المجموع S'_n :

لدينا : $\dfrac{1}{u_n - \alpha} = \dfrac{v_n - 1}{\alpha - 1}$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{u_0 - \alpha} = \dfrac{1}{\alpha - 1}(v_0 - 1) : & n = 0 \text{ من أجل} \\ \vdots \qquad\qquad \vdots & n+1 \text{ مرة} \\ \dfrac{1}{u_n - \alpha} = \dfrac{1}{\alpha - 1}(v_n - 1) \end{cases}$$

اذن : $S'_n = \dfrac{1}{\alpha - 1}(v_0 + v_1 + \cdots + v_n - (n+1))$

ومنه : $S'_n = \dfrac{1}{\alpha - 1}\left(\dfrac{1-\alpha^{n+1}}{(2-\alpha)(1-\alpha)} - n - 1\right)$

MEZIANE MATHS

حل التمرين الرابع: (07 نقاط)

1. تحديد الوضع النسبي بين (C) و (Γ) على المجال $]-1;+\infty[$

x	0	α	$+\infty$
الوضعية النسبية	(C) فوق (Γ)	(C) يقطع (Γ)	(C) تحت (Γ)

$(C)\cap(\Gamma)=\{A(\alpha;1+\alpha^2)\}$.

2. استنتاج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

لدينا: $g(x)=1+x^2-2xx+1\ln(1+x)$ ومنه إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$ تعطى بـ:

x	-1		α		$+\infty$
$g(x)$	‖	$+$	0	$-$	

II) $f(x)=\dfrac{\ln(1+x)}{1+x^2}$ معرفة على المجال $]-1;+\infty[$:

$$\lim_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)=\lim_{x\overset{>}{\to}-1}\frac{\ln(1+x)}{1+x^2}=-\infty$$

$$\lim_{x\overset{>}{\to}+\infty} f(x)=\lim_{x\overset{>}{\to}+\infty}\frac{\ln(1+x)}{1+x^2}=\lim_{x\overset{>}{\to}+\infty}\frac{\ln(1+x)}{x+1}\times\frac{x+1}{1+x^2}=0$$

التفسير البياني :

$x=-1$ معادلة مستقيم مقارب عمودي للمنحنى (C_f)

$y=0$ معادلة مستقيم مقارب أفقي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

2) أ) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $x\in]-1;+\infty[$

f قابلة للإشتقاق على المجال $]-1;+\infty[$ حيث :

$$f'(x)=\frac{\frac{1}{x+1}(1+x^2)-2x\ln(x+1)}{(1+x^2)^2}=\frac{1+x^2-2x(x+1)\ln(1+x)}{(x+1)(1+x^2)^2}=\frac{g(x)}{(x+1)(1+x^2)^2}$$

ب) إشارة المشتقة : إشارتها من إشارة $g(x)$ لأن : من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $x\in]-1;+\infty[$: $(x+1)(1+x^2)^2>0$

MEZIANE MATHS

من أجل $x \in]-1;\alpha]$, $f'(x) > 0$ و من أجل $x \in [\alpha;+\infty[$, $f'(x) < 0$.

إذن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-1;\alpha]$ و متناقصة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة f :

x	-1		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	0

ج) تبيان أن : $f(\alpha) = \dfrac{1}{2\alpha(\alpha)}$

$$f(\alpha) = \frac{\ln(1+\alpha)}{1+\alpha^2}$$

لدينا : $g(\alpha) = 0$ يكافئ : $1+\alpha^2 - 2\alpha(1+\alpha)\ln(1+\alpha) = 0$

و منه : $\ln(1+\alpha) = \dfrac{1+\alpha^2}{2\alpha(1+\alpha)}$

$$f(\alpha) = \frac{\ln(1+\alpha)}{1+\alpha^2} = \frac{1+\alpha^2}{2\alpha(1+\alpha)} \times \frac{1}{1+\alpha^2} = \frac{1}{2\alpha(1+\alpha)}$$

تعيين حصر لـ $f(\alpha)$

$1.78 < 1+\alpha < 1.79$; $1.56 < 2\alpha < 1.58$; $0.78 < \alpha < 0.79$

و منه : $2.78 < 2\alpha(1+\alpha) < 2.83$ و منه : $\dfrac{1}{2.83} < \dfrac{1}{2\alpha(1+\alpha)} < \dfrac{1}{2.78}$ أي : $0.35 < f(\alpha) < 0.36$

د) كتابة معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند المبدأ O

$$(T) : y = f'(0)(x-0) + f(0) = 1(x) + 0 = x$$

3) إنشاء (T) و (C_f)

ANE MATHS

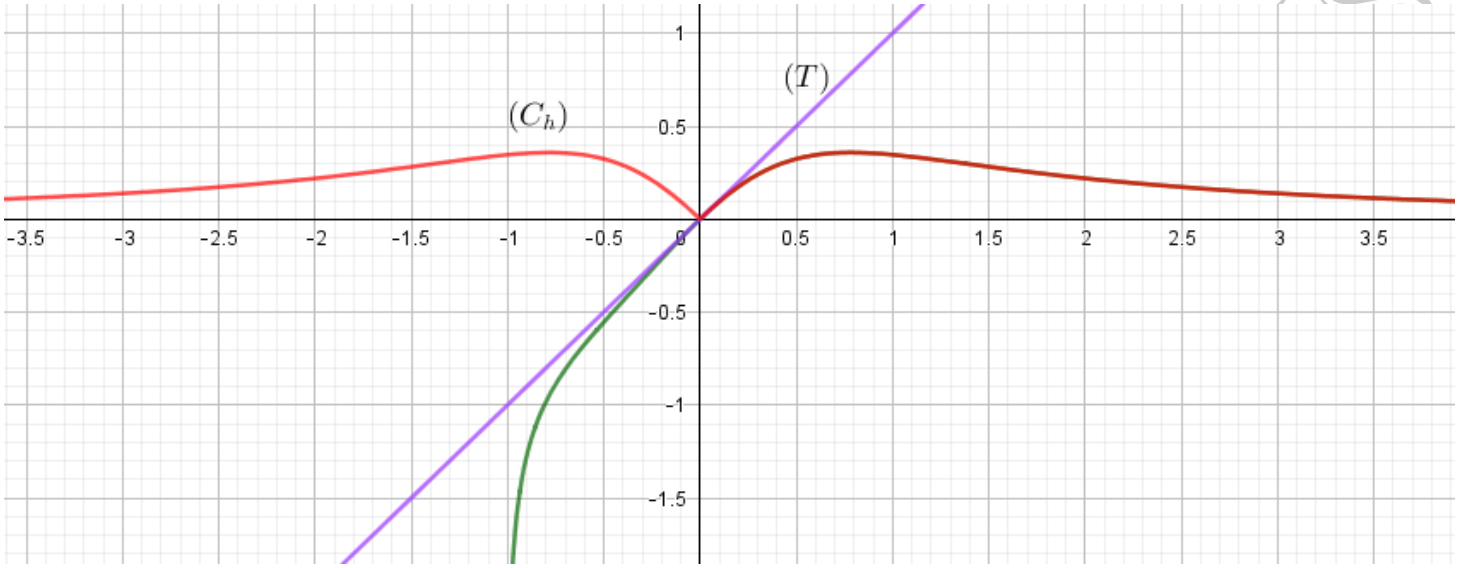
4) h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=\dfrac{\ln(1+|x|)}{1+x^2}$

أ) تبيان أن h دالة زوجية :

من أجل $x\in\mathbb{R}$, $-x\in\mathbb{R}$

$$h(-x)=\frac{\ln(1+|-x|)}{1+(-x)^2}=\frac{\ln(1+|x|)}{1+x^2}=h(x)$$

إذن h دالة زوجية منحناها البياني متناظر بالنسبة إلى محور التراتيب



MEZIANE

: Meziane Maths

الإجابة النموذجية للامتحان التجريبي 2025 في مادة الرياضيات

الموضوع الثاني

حل التمرين الأول: (04 نقاط)

1 الجذران التربيعيان للعدد المركب i هما : $1+i$ و $1-i$:

لدينا :

$$\begin{aligned}(1+i)^2 &= (1)^2+(i)^2+2(1)(i)\\ &= 1-1+2i\\ &= 2i \neq i\end{aligned}$$

الجواب المقترح خاطئ

2 القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1;3]$ هي : $2+\ln 64$ حيث $f(x)=\ln(x+1)$:

تذكير : القيمة المتوسطة :

$$m=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$$

الدالة الأصلية للدالة $\ln(x+1)$ هي : $(x+1)\ln(x+1)-x+c$ اذن :

$$\begin{aligned}m &= \frac{1}{3-1}\int_a^b \ln(x+1)dx\\ &= \frac{1}{2}\left[(x+1)\ln(x+1)-x+c\right]_1^3\\ &= \frac{1}{2}\left[4\ln(4)-3-2\ln(2)+1\right]\\ &= \frac{1}{2}\left[4\ln 4-\ln 4-2\right]\\ &= \frac{1}{2}\left[3\ln 4-2\right]\\ &= \ln 64-2\\ m &= -1+\ln\frac{64}{2}\end{aligned}$$

الجواب المقترح خاطئ

3 نعتبر العدد المركب $z=\dfrac{1}{2+i\alpha}$ حيث: $\alpha\in\mathbb{R}$ ، من أجل كل $\alpha\in\mathbb{R}$ لدينا: $z+\overline{z}=4z\overline{z}$

الإجابة صحيحة لأن:

$$z+\overline{z}=\frac{1}{2+i\alpha}+\overline{\left(\frac{1}{2+i\alpha}\right)}=\frac{1}{2+i\alpha}+\frac{1}{\overline{2+i\alpha}}=\frac{1}{2+i\alpha}+\frac{1}{2-i\alpha}$$

$$=\frac{2-i\alpha+2+i\alpha}{(2+i\alpha)(2-i\alpha)}=\frac{4}{4+\alpha^2}$$

و

$$4z\overline{z}=4\left(\frac{1}{2+i\alpha}\right)\overline{\left(\frac{1}{2+i\alpha}\right)}=4\times\frac{1}{2+i\alpha}\times\frac{1}{\overline{2+i\alpha}}=4\times\frac{1}{2+i\alpha}\times\frac{1}{2-i\alpha}$$

$$=\frac{4}{(2+i\alpha)(2-i\alpha)}=\frac{4}{4+\alpha^2}$$

ومنه: $z+\overline{z}=4z\overline{z}$

الجواب المقترح صحيح.

MEZIANE MATHS

4 (u_n) متتالية هندسية أساسها 4 وحدها الأول $u_0=3$

نعتبر المجموع: $S_n=u_0C_n^0+u_1C_n^1+u_2C_n^2+.....+u_nC_n^n$ حيث: $S_n=3\times5^n$

الإجابة صحيحة لأن: $S_n=u_0C_n^0+u_1C_n^1+u_2C_n^2+.....+u_nC_n^n$

$$=3\times4^0C_n^0+3\times4^1C_n^1+3\times4^2C_n^2+.....+3\times4^nC_n^n$$

$$=3\left(4^0C_n^0+4^1C_n^1+4^2C_n^2+.....+4^nC_n^n\right)$$

لدينا: $=3\left(1^n\times4^0C_n^0+1^{n-1}\times4^1C_n^1+1^{n-2}\times4^2C_n^2+.....+1^0\times4^nC_n^n\right)$

$$=3\sum_{i=0}^{n}1^{n-i}\times4^iC_n^i=3(1+4)^n$$

ومنه: $S_n=3(5)^n$

الجواب المقترح صحيح.

حل التمرين الثاني: (04 نقاط)

اذا اخترنا الصندوق U_1 نسحب كرتين على التوالي دون ارجاع فيكون عدد السحبات : $A_8^2=56$

اذا اخترنا الصندوق U_2 نسحب كرتين على التوالي مع ارجاع الكرة المسحوبة قبل السحب الموالي فيكون عدد السحبات : $5^2=25$.

1 حساب احتمالات الحوادث :

$$P(A)=\frac{1}{2}\left(\frac{A_5^2+A_3^2}{56}\right)+\frac{1}{2}\frac{3^2+2^2}{25}=\frac{689}{1400}$$

$$P(B)=\frac{1}{2}\frac{A_5^2+A_2^2}{56}+\frac{1}{2}\frac{3^2+1^2+1^2}{25}=\frac{11}{56}+\frac{11}{50}=\frac{1166}{2800}$$

2 تبيان أن : $P(A\cap B)=\frac{37}{175}$:

$$P(A\cap B)=\frac{1}{2}\frac{A_3^2+A_2^2}{56}+\frac{1}{2}\frac{2^2+1^2+1^2+1^2}{25}=\frac{4}{56}+\frac{7}{50}=\frac{592}{2800}=\frac{37}{175}$$

لدينا : $P(A)\times P(B)\neq P(A\cap B)$ ومنه الحدثان A و B غير مستقلان.

3 حساب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة من الصندوق U_1 :

نسمي "C" الحدث : سحب كرتين من لونين مختلفين.

طريقة 01:

$$P(C)=\frac{1}{2}\frac{2(A_5^1\times A_3^1)}{56}+\frac{1}{2}\frac{2(3^1\times2^1)}{25}=\frac{15}{56}+\frac{6}{25}$$
$$=\frac{336+375}{1400}=\frac{711}{1400}$$

طريقة 02 :

$$P(C)=1-P(A)=1-\frac{689}{1400}=\frac{711}{1400}$$

نسمي "D" الحدث : سحب كرتين من الصندوق U_1.

لدينا :

$$P_C(D)=\frac{P(C\cap D)}{P(C)}$$

$$P(C\cap D)=\frac{1}{2}\times\frac{2(A_5^1\times A_3^1)}{56}=\frac{15}{56}$$

MEZIANE MATHS

ومنه :

$$P_C(D) = \frac{\frac{15}{56}}{\frac{711}{1400}} = \frac{15}{56} \times \frac{1400}{711} = \frac{375}{711}$$

4 أ تعيين قيم المتغير العشوائي X ثم تعريف قانون احتماله :

$X = \{0;1;2;3\}$.

قانون الاحتمال :

$$P(X=0) = \frac{A_2^2}{56} = \frac{2}{56}$$
$$P(X=1) = \frac{2(A_2^1 \times A_5^1)}{56} = \frac{20}{56}$$
$$P(X=2) = \frac{A_5^2 + 2(A_1^1 \times A_2^1)}{56} = \frac{24}{56}$$
$$P(X=3) = \frac{2(A_5^1 \times A_1^1)}{56} = \frac{10}{56}$$

X	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{2}{56}$	$\frac{20}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{10}{56}$

ب حساب $E(-3X+7)$:

الأمل الرياضياتي : $E(X) = \frac{98}{56} = \frac{49}{28}$

ومنه : $E(-3X+7) = -3E(X) + 7 = 1.75$

حل التمرين الثالث: (05 نقاط)

1 أ تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n > 0$:

نسمي $P(n)$ الخاصية : " من أجل كل عدد طبيعي n, $u_n > 0$"

التحقق : لدينا : $u_0 = 1$ ومنه : $u_0 > 0$ و بالتالي : $P(0)$ محققة.

نفرض صحة $P(n)$ من أجل كل عدد طبيعي n أي $u_n > 0$ و نبرهنا صحة $P(n+1)$ أي : $u_{n+1} > 0$.

لدينا حسب الفرض $u_n > 0$ ومنه : $\frac{n+2}{2n+2}u_n > 0$ أي : $u_{n+1} > 0$ اذن $P(n+1)$ محققة.

الخلاصة : من أجل كل عدد طبيعي n, $u_n > 0$.

ب تبيان أن المتتالية (u_n) متناقصة، ثم استنتاج أنها متقاربة :

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{2n+2}u_n - u_n = u_n\left(\frac{n+2}{2n+2} - 1\right) = u_n\left(\frac{-n}{2n+2}\right)$$

ومنه : $u_{n+1} - u_n \geq 0$ و بالتالي المتتالية (u_n) متناقصة.

المتتالية (u_n) متناقصة و محدودة من الأسفل اذن هي متقاربة.

2 أ اثبات أن (v_n) متتالية هندسية :

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n,

$$v_{n+1} = \frac{u_{n+1}}{n+2} = \frac{\frac{n+2}{2n+2}u_n}{n+2} = \frac{u_n}{2n+2} = \frac{u_n}{2(n+1)} = \frac{1}{2}v_n$$

MEZIANE MATHS

اذن (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ و حدها الأول : $v_0=\frac{u_0}{0+1}=1$.

ب كتابة v_n بدلالة n، ثم استنتاج u_n بدلالة n :

من أجل كل عدد طبيعي n, $v_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n=\frac{1}{2^n}$.

لدينا : $v_n=\frac{u_n}{n+1}$ ومنه : $u_n=(n+1)v_n$ أي : $u_n=\frac{n+1}{2^n}$.

ج تبيان أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n}{2^n}=0$ ، ثم استنتاج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$:

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{n}{2^n}=\lim_{n\to+\infty}e^{\ln\left(\frac{n}{2^n}\right)}=\lim_{n\to+\infty}e^{\ln n-n\ln 2}=\lim_{n\to+\infty}e^{n\left(\frac{\ln n}{n}-\ln 2\right)}=0$$

استنتاج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$:

$$\lim_{n\to+\infty}u_n=\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n+1}{2^n}\right)=\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n}{2^n}+\frac{1}{2^n}\right)=0$$

3 ا تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n-u_{n+1}=\frac{n}{2^{n+1}}$:

لدينا : من أجل كل عدد طبيعي n,

$$u_n-u_{n+1}=\frac{n+1}{2^n}-\frac{n+2}{2^{n+1}}=\frac{2(n+1)-n-2}{2^{n+1}}=\frac{n}{2^{n+1}}$$

ب استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n=1-u_n$، ثم حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$:

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n, $u_n-u_{n+1}=\frac{n}{2^{n+1}}$ ومنه :

$$\begin{cases}u_0-u_1=0\\ u_1-u_2=\frac{1}{2^2}\\ u_2-u_3=\frac{2}{2^3}\\ \vdots\\ u_n-u_{n+1}=\frac{n}{2^{n+1}}\end{cases}$$

و بالجمع نجد : $S_n=u_0-u_{n+1}$ أي : $S_n=1-u_{n+1}$.

$\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=1$ لأن : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_{n+1}=\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$.

حل التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I

1 ا اشارة $g'(x)$:

x	$-\infty$		$-5/4$		1
$g'(x)$		$-$	0	$+$	

لما : $x\in[-\frac{5}{4};+\infty[$: g متزايدة تماما

لما : $x\in]-\infty;-\frac{5}{4}]$: g متناقصة تماما.

A تمثل نقطة انعطاف لـ C. تعيين العددين a و b :

لدينا : $g'(x)=(ax+a+b)e^x$

$\begin{cases}g'(-\frac{5}{4})=0\\ g(0)=5\end{cases}$ أي : $\begin{cases}-\frac{a}{4}+b=0\\ a+b=5\end{cases}$ ومنه : $a=4$ و $b=1$.

MEZIANE MATHS

2 . ا حساب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ ، ثم تشكيل جدول تغيرات الدالة g على المجال $]-\infty;1]$:

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty}(4xe^x + e^x - 1) = -1$$

لدينا : $g'(x) = (4x+5)e^x$

x	$-\infty$		$-5/4$		1
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	-1	$\searrow$	-2.15	$\nearrow$	12.6

ب حساب $g(0)$ ثم استنتاج اشارة $g(x)$ على المجال $]-\infty;1]$:

لدينا : $g(0) = 0$, اشارة $g(x)$:

x	$-\infty$		0		1
$g(x)$		$-$	0	$+$	

$(II$

1 ا حساب النهايات :

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(x - 4xe^x + 3e^x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty}(f(x) - y) = \lim_{x\to-\infty}(-4xe^x + 3e^x) = 0$$

$\mathcal{C}$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته $y = x$.

ب دراسة وضعية المنحنى $(\mathcal{C})$ بالنسبة للمستقيم (Δ) :

اشارة : $f(x) - y = e^x(-4x+3)$

x	$-\infty$		$3/4$		1
$f(x) - y$		$+$	0	$-$	

لما : $x \in]-\infty;\frac{3}{4}[$ $(\mathcal{C})$ فوق (Δ)

لما : $x \in]\frac{3}{4};1]$ $(\mathcal{C})$ تحت (Δ)

$(\mathcal{C})$ يقطع (Δ) عند $B(\frac{3}{4};\frac{3}{4})$.

2 ا دراسة اتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها :

لدينا :

$$f'(x) = 1 - (4e^x + e^x(4x-3)) = 1 - (1+4x)e^x = -g(x)$$

f متزايدة تماما على $]-\infty;0]$ و متناقصة تماما على $[0;1]$.

x	$-\infty$		0		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$1-e$

MEZIANE MATHS

ب تبيان أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث : $-2<\alpha<-\frac{5}{4}$ و $\frac{3}{4}<\beta<1$:

f مستمرة و متزايدة تماما على $]-2;-\frac{5}{4}[$ و $\begin{cases} f(-2)\approx -0.51 \\ f(-\frac{5}{4})\approx 1.04 \end{cases}$ اي : $f(-2)\times f(-\frac{5}{4})<0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-2<\alpha<-\frac{5}{4}$.

كذلك f مستمرة و متناقصة تماما على $]\frac{3}{4};1[$ و $\begin{cases} f(\frac{3}{4})\approx 0.75 \\ f(1)\approx -1.72 \end{cases}$ أي : $f(\frac{3}{4})\times f(1)<0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $\frac{3}{4}<\beta<1$.

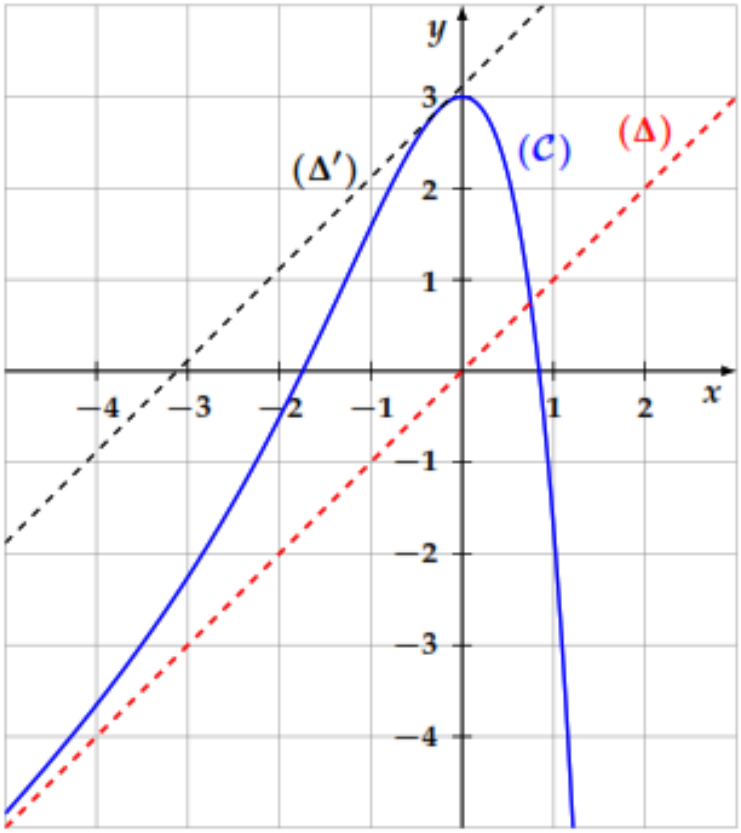
3 أ كتابة معادلة لـ (Δ') مماس (C) الذي يوازي (Δ) :

(Δ') يوازي (Δ) يعني أن لهما نفس الميل $f'(x_0)=1$, تكافئ : $1-e^{x_0}(4x_0+1)=1$ ومنه : $x_0=-\frac{1}{4}$

معادلة المماس (Δ') :

$$y=1(x+\frac{1}{4})+f(-\frac{1}{4})=x+4e^{-\frac{1}{4}}$$

الرسم :



ب المناقشة البيانية :

$(4x-3)e^x=m$ تكافئ $x-(4x-3)e^x=x-m$ تكافئ : $f(x)=x-m$ الحلول عبارة عن فواصل نقط تقاطع (C) مع المستقيمات المائلة (ميلها 1)

المستقيمات المساعدة هي : $y=x$, $y=x+4^{-\frac{1}{4}}$ و $y=x-e$ (مستقيم ميله 1 و يشمل النقطة $C(1;1-e)$).

- $-m<-e$ أي : $m>e$: لا يوجد حلول.
- $-e\le -m\le 0$ أي : $0\le m\le e$: حل وحيد.
- $0<-m<4e^{-\frac{1}{4}}$ أي : $-4e^{-\frac{1}{4}}<m<0$: حلان متمايزان.
- $-m=4e^{-\frac{1}{4}}$ أي $m=-4e^{-\frac{1}{4}}$: حل وحيد.
- $-m>4e^{-\frac{1}{4}}$ أي : $m<-4e^{-\frac{1}{4}}$: لا يوجد حلول.

MEZ MATHS

4 ا تبيان أنه من أجل كل x من المجال $]-\infty;1]$ فإن : $h(x)=2h'(x)-h''(x)$:

$h(x)=(4x-3)e^x$,$h'(x)=(4x+1)e^x$,$h''(x)=(4x+5)e^x$

ومنه : $h(x)=2h'(x)-h''(x)$

ب استنتاج دالة أصلية للدلة h على المجال $]-\infty;1]$ ، و التي تنعدم عند 0 :

$h(x)=2h'(x)-h''(x)$ ومنه : $H(x)=2h(x)-h'(x)+c$ مع $c\in\mathbb{R}$ (H دالة أصليةلـ h)

ومنه : $H(x)=(4x-7)e^x+c$ مع $c\in\mathbb{R}$

لدينا : $H(0)=0$ ومنه : $H(x)=(4x-7)e^x+7$

ج حساب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C) ، (Δ) ، محور التراتيب و المستقيم ذو المعادلة $x=-1$:

$$A=\int_{-1}^{0}(f(x)-y)dx=\int_{-1}^{0}-(4x-3)e^x dx$$
$$=[-H(x)]_{-1}^{0}=[H(x)]_{0}^{-1}=(7-\frac{11}{e})u.a.$$
$$A\approx 2.95u.a.$$

MEZIANE MATHS