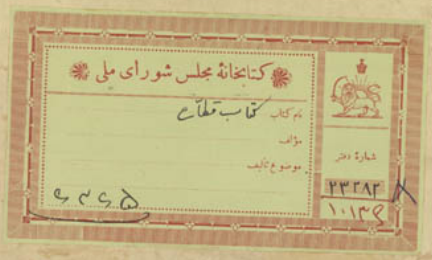
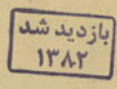


بازدید شد
۱۳۸۲

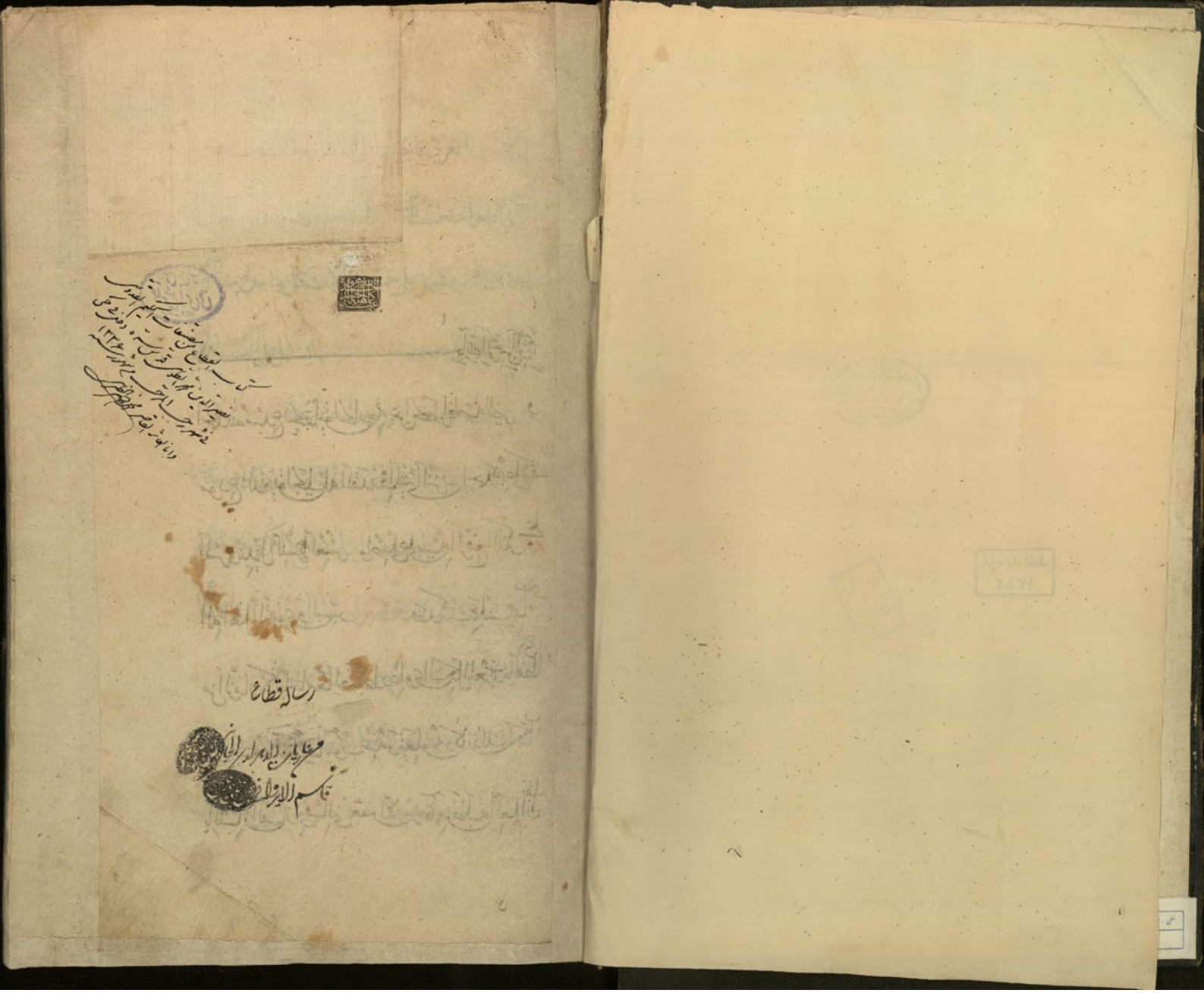
بازدید شد
۱۳۸۲

۶۲۶۵


بازدید شد
۱۳۸۲

کتابخانهٔ مجلس شورای ملی
نام کتاب کتاب قطاع
مؤلف
موضوع تألیف
شمارهٔ دفتر
۲۳۲۸۲
۱۰۱۴۹
۶۳۶۵

۶۳۶۵



رسالة قطاع

معاریف ابو هر ابن الحاکم

قاسم الدین ابن الحاکم

کتابخانه مجلس شورای ملی

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله مبدع الحقائق الخارجة عن الحصر افاضة للخير و
مودع الدقائق الجليلة القدر في الشيء النزر احمده على كشف
العسر وتبديل اليسر بالعسر واصلي على نبيه الرفيع الذكر وعلى
آله اهل التقوى والبر وبعد فقد كنت عملت فيما مضى
من الزمان كتابا جامعا لضبط دعاوي الشكل المعروف بالقطاع
وبراهينه مذيلا بما ينوب عنه ويتعلق به وكان ذلك الكتاب
باللسان الفارسي فسألني بعض الاصدقاء من طلبة العلم ان نقله

الى

الى اللسان العربي فاجبته الى ذلك وحذفت عنه بعض
الزوائد واستعنت الله تعالى انه خير موفق ومعين **اقول**
هذا الكتاب مشتمل على خمس مقالات كل واحدة منها تتضمن
عدة اشكال وفصول **المقالة الاولى** منها يشتمل على النسب المؤلفة
واحكامها وهي متضمنة لاربعة عشر شكلا **والمقالة الثانية**
في الشكل القطاع السطحي والنسب الواقعة فيها وهي احد عشر
فصلا **والمقالة الثالثة** في مقدمات القطاع الكري وفيها الاتم
فوايد الشكل الابهاتلثة فصول **والمقالة الرابعة** في القطاع
الكري والنسب الواقعة فيها خمسة فصول **والمقالة الخامسة**
في بيان اصول ينوب عن الشكل القطاع في معرفة في الدوائر
العظام سبعة فصول **المقالة الاولى** في النسب المؤلفة

واحكامها وفيها اربعة عشر شكلا قال عم كما ان تقدير الكمية

المنفصلة لا يتم الا بعروض بعض لوازم الكمية المتصلة لها مثل

فرض تجزيتها الى غير النهاية كذلك لا يتأتى تقدير الكمية المتصلة

الا بعروض بعض لوازم الكمية المنفصلة لها وهو فرض تركبها

من احاد مفروضة يقدر بها تلك المقادير اما كيفية عروض

لازم احد النوعين للاخر فمما يتعلق بغير هذا العلم تذكرة

لتحديد التاليف والتجزية في النسب ذكر في صدر المقالة

السادسة من كتاب الاصول لاوقليدس ان النسبة يقال انها

مؤلفة من نسب متى كانت اقدار النسب اذا ضوعفت بعضها

ببعض فعلت نسبة ما ويقال للنسب انها ينقسم الى نسب اذا

كانت النسب متى جزئت بعضها ببعض احدثت نسبا ما او بعد

تقديم

تقديم هذه القواعد اقول كل ثلاثة مقادير لبعضها الشكل الاول

الى بعض نسبة اعني التي تكون من جنس واحد فنسبة كل

واحد منها الى اخر مؤلفة من نسبته ذلك الواحد الى ثالثهما

ومن نسبة ثالثهما الى ذلك الاخر المذكور فليكن مقادير ا

ب ج الثلثة من جنس واحد فاقول ان نسبة ا الى ب

مؤلفة من نسبة ا الى ج ومن نسبة ج الى ب و

ايضا نسبة ا الى ج مؤلفة من نسبة ا الى ب ومن نسبة

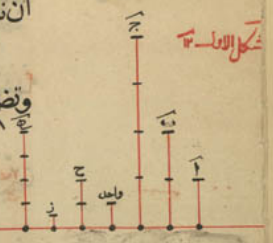
ب الى ج وكذلك نسبة ب الى ج مؤلفة من نسبة

ب الى ا ومن نسبة ا الى ج وعلى هذا القياس ولنبين

كون نسبة ا الى ب مؤلفة من نسبة ا الى ج ومن نسبة

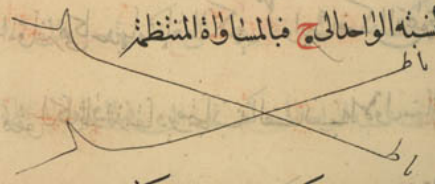
ج الى ب ليقاس عليه ما عداه برهانه نفرض واحدا

به يقدر هذه المقادير وليقدر ذلك الواحد مقدار ه كتقدير
ا ج ومقدار ز كتقدير ج ب ومقدار ج كتقدير
ا ب فح هو مقدار نسبة ا الى ج و ز مقدار نسبة ج
الى ب و ح مقدار نسبة ا الى ب وذلك لكون كل نسبة
سمية للعدد الذي يقدره الواحد كتقدير الاول من حدي تلك
النسبة للثاني والعدد الذي للنسبة هو مقدارها وقد ذكرنا
ان تاليف نسبة بنسبة هو تضعيف قدر احدهما بقدر الاخرى
وتضعيف العدد بعدد اخر هو ضرب احدهما في الاخر فاذن حاصل



الدعوى هو ان ج بعينه هو الحاصل من ضرب ه في د وذلك لان
لان نسبة ا الى ج كانت كنسبة الواحد الى ه وبالخلاف نسبة

ج الى ا كنسبة ه الى الواحد ولان نسبة ا الى ب
كنسبة الواحد الى ج فبالمساواة المنتظمة



نسبة ج الى ب كنسبة ه الى ح ولكن نسبة ج الى ب
كنسبة الواحد الى ز فنسبة الواحد الى ز كنسبة ه الى ح
والحاصل من ضرب الواحد في ح كالحاصل من ضرب ه في ز
والحاصل من ضرب الواحد في كل مقدار هو ذلك المقدار نفسه
فاذن ح نفسه هو الحاصل من ضرب ه في ز فاذن نسبة ا
الى ب هي الحاصلة من تاليف نسبة ا الى ج بنسبة ج
الى ب فنسبة ا الى ب مؤلفة من نسبتي ا الى ج و ج الى
ب وذلك ما اردناه ه ومثله تبين في غيرها من الصور

وان تساوت النسبتان الواقعتان في التاليف قيل ان النسبة

المؤلفة هي كاحدهما مشتاة بالتكرير وايضا نعكس الدعوى

الشكل الثاني

فنقول كل ثلاثة مقادير متجانسة الفت نسبة الاول منها الى

الثاني بنسبة الثاني الى الثالث كان الحاصل هو نسبة الاول

الى الثالث وليكن ا ب ج هي المقادير الثلثة وليكن نسبة ا الى

ب كنسبة الواحد الى ه ونسبة ب الى ح كنسبة الواحد

الى ر فلنضعف ه ب ر ولنحصل ح فقول ح هو مقدار نسبة

ا الى ح برهانه

الشكل الثاني ١٣

ه هو مقدار اذا ضرب في الواحد حصل منه

ه نفسه واذا ضرب في ر حصل منه ح فنسبة مسطحي

ح

ه ح كنسبة ضلعيهما اعني الواحد و ر ولكن نسبة الواحد الى

ر كنسبة ب الى ح فنسبة ه الى ح كنسبة ب الى ح و

كانت نسبة الواحد الى ه كنسبة ا الى ب فبالمساواة المنتظمة

نسبة الواحد الى ح كنسبة ا الى ح فح الحاصل من ه في ر

هو مقدار نسبة ا الى ح وذلك ما اردناه وبعبارة اخرى ه

هي مقدار نسبة ا الى ب و ر هي مقدار نسبة ب الى ح و

ح هي الحاصل من ضرب ر في ه والواحد يعد المضروب فيه

مثل ما يعد المضروب الحاصل من الضرب والواحد يعد ه كما يعد

ر ح وكان الواحد يعد ه كما يعد ا ب فنسبة ر الى ح كنسبة

ا الى ب وكانت نسبة الواحد الى ر كنسبة ب الى ح

فبالمساواة المضطربة نسبة الواحد الى ح كنسبة ا الى ح

فمقدار نسبته ا الى ح هو ح نفسه الذى هو الحاصل من ضرب

ه فى ر اعنى من ضرب نسبة ا الى ب فى نسبة ب الى ح فالحاصل

من ضرب نسبة ا الى ب فى نسبة ب الى ح هو نسبة

ا الى ح وذلك ما اردناه وهذا الحكم فيما يزيد من المقادير على

الثلثة ثابت فليكن ا ب ح د اربعة مقادير من جنس واحد

اقول فنسبة ا الى د مؤلفة من نسبة ا الى ب ومن نسبة ب

الى ح ومن نسبة ح الى د برهانه نسبة ا الى ح مؤلفة من

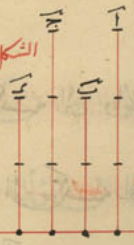
نسبة ا الى ب ومن نسبة ب الى ح لما مر وا ح د ثلثة

مقادير من جنس واحد فنسبة ا الى د مؤلفة من نسبة ا الى ح

التى هى مؤلفة من النسبتين المذكورتين ومن نسبة ح الى د فاذن

نسبة ا الى د مؤلفة من النسب الثلث المذكورة

الشكل الثالث



وهكذا القول فى عكسه ويكون ابدا عدد النسب اقل من عدد المقادير

التى هى حدودها بواحد وذلك عند كون المقادير مشتركة وقد يرث

العادة عند تساوى هذه النسب ان يقال نسبة الاول الى الاخير

كنسبة الاول الى الثانى مثلثة او مربعة بالتكرير او غير ذلك

مما يقتضيه عدد تلك النسب اذا كانت نسبة مؤلفة من

نسب فكل نسبة تساويها يكون ايضا مؤلفة من نسب متساوية

لتلك النسب بالعدد والمقدار فليكن نسبة ا الى ب مؤلفة من

نسبة ا الى ح ومن ح الى ب وليكن نسبة د الى ه كنسبة ا الى

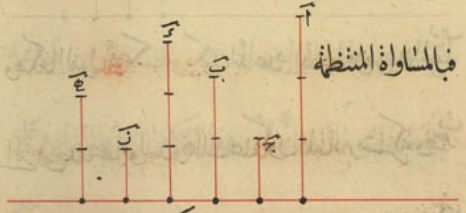
ب اقول فنسبة د الى ه ايضا مؤلفة من نسبتين مساويتين للنسبتين

الشكل الرابع

المذكورتين برهانه ليكن نسبة ا الى ح كنسبة د الى ر وبالخلاف

نسبة ح الى ا كنسبة ر الى د ونسبة ا الى ب كنسبة د الى ه

فبالمساواة المنتظمة



نسبة ح الى ب كنسبة ر الى ه فنسبة د

الى ر كنسبة ا الى ح ونسبة ر الى ه كنسبة ح الى ب فنسبة د

الى ه مؤلفة من نسبة د الى ر ومن نسبة ر الى ه المساويتين

للمذكورتين وذلك ما اردناه ه ومن مثل هذا البيان الشكل

تبين انه اذا كانت نسبة ما مساوية لنسبة مؤلفة من نسبتين

وتوسط بين حديها مقدار يكون نسبة احد الحدين اليه كاحدى

تلك النسبتين كانت نسبة ذلك المقدار الى الحد الآخر

كالنسبة

كالنسبة الباقية من تلك النسبتين ه مثلا ليكن نسبة د الى ه

كنسبة ا الى ب المؤلفة من نسبة ا الى ح ومن نسبة ح الى ب

ثم توسط بين د ه مقدار ر وكانت نسبة د اليه كنسبة ا

الى ح كانت نسبة ر الى ه كنسبة ح الى ب وهذا المعنى هو

تجزية نسبة د ه الى النسبتين المذكورتين ونقصان نسبة

عن اخرى لا يتصور الا بعد تجزية المنقوص منها بالمنقوص و

بالباقية مثلا اذا اردنا ان ننقص نسبة ا ح من نسبة د ه

جزينا اولا نسبة د ه بنسبة د ر المساوية لنسبة ا ح وبنسبة

ر ه الباقية المساوية لنسبة ح ب حتى اذا انقضاء نسبة د

ر من نسبة د ه بقيت نسبة ر ه وهذا هو ايضا القاء نسبة

من اخرى اذا كانت نسبة مؤلفة من نسب فتلك

الشكل الخامس

النسبة يكون مؤلفة من كل نسب يساوي تلك النسب وان
كانت يخالفها في الحدود فليكن نسبة ا الى ب مؤلفة من نسبة
ا الى ح ومن نسبة ح الى ب وليكن نسبة د الى ه كنسبة ا
الى ح ونسبة ر الى ح كنسبة ح الى ب اقول فنسبة ا الى
ب مؤلفة من نسبة د الى ه ومن نسبة ر الى ح برهانه

ليكن ط هو سطح د في ر وك هو سطح ه في ح و ل هو سطح
ه في ر وقد تبين في كتاب الاصول ان نسبة سطح ط الى سطح
ك مؤلفة من نسبة د الى ه ومن نسبة ر الى ح ونسبة

طل

طل كنسبة ده اعني نسبة اح ونسبة لك كنسبة
رح اعني نسبة حب وبالمساواة المنتظمة نسبة طك
كنسبة اب وكانت نسبة طك مؤلفة من نسبتي ده
رح فنسبة اب ايضا مؤلفة منهما وذلك ما اردناه

الشكل السادس

اذا ائتلفت نسبة من نسب على ترتيب ما فهي مساوية لكل نسبة
يتألف منها على غير ذلك الترتيب فليكن نسبة اب مؤلفة
من نسبتي ده رح على هذا الترتيب ونسبة طك مؤلفة من
نسبتي رح ده على هذا الترتيب اقول فنسبتا اب طك
متساويتان برهانه

ليكن نسبة ال كنسبة ده فيكون نسبة لب كنسبة دح

وايضا ليكن نسبة طم كنسبة دح ويكون نسبة مك

كنسبة ده فنسبة ال كنسبة مك ونسبة لب

كنسبة طم فبالمساواة المضطربة نسبة اب كنسبة ط

ك وذلك ما اردناه وبوجه آخر تضعيف نسبة ده

بنسبة دح يساوي تضعيف نسبة دح بنسبة ده لان

سطح المضروب في المضروب فيه يساوي سطح المضروب فيه

الشكل السابع في المضروب فاذن نسبتا اب طك متساويتان اذا

تألفت نسبة من نسبتين فخلافها مؤلف من خلافيهما فليكن

اب مؤلفة من نسبتي حده ر اقول فنسبة ب ا مؤلفة

من نسبتي ره دح برهانه

ليكن نسبة اح كنسبة حد وبقي نسبة

حب كنسبة ه ر ويكون نسبة ب ا مؤلفة من نسبة دح

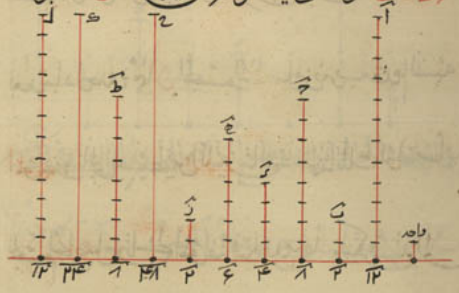
اعني ره ومن نسبة ح ا اعني دح وذلك ما اردناه الشكل الثامن كل

نسبة مؤلفة من نسبتين فهي ايضا مؤلفة من نسبة مقدم

النسبة الاولى منهما الى تالي النسبة الثانية ومن نسبة مقدم النسبة

الثانية الى تالي النسبة الاولى فليكن نسبة اب مؤلفة من نسبتي

حده ر اقول فهي ايضا مؤلفة من نسبتي حره د برهانه



مسطح ه فی ر

ليكن ح مسطح ح فی ه و ط مسطح د فی ر و ك مسطح د فی ه و ل

ونسبة ح ط مؤلفة تان من نسبة ح ك اعنی نسبة ح د ومن نسبة

ط ك اعنی نسبة ه ر وتان من نسبة ح ل التی هی كنسبة ح ر

لان ح ر ضربا فی ه فحصل ح ل ومن نسبة ل ط التی هی نسبة ه د

لان ه د ضربا فی ر فحصل ل ط ولكن نسبة ح ط كنسبة ا ب

فنسبة ا ب كما كانت مؤلفة من نسبتی ح د ه ر فهی ايضا مؤلفة

من نسبتی ح ر ه د وذلك ما اردناه ولنسم هذه الحالة بتبادل حدود

النسبة ونقول كل نسبة مؤلفة من نسبتين فهی مؤلفة منهما

الشكل التاسع

بعد تبادل حدودهما ه المجسم الحاصل من ضرب مقدم النسبة

المؤلفة فی تالی البسيطتين اللتين تالف منهما تلك المؤلفة مساو

للمجسم ل

للمجسم الحاصل من تالی المؤلفة فی مقدميهما ه وليكن نسبة ا الی ب

مؤلفة

مؤلفة من نسبتی ح د ه و واقول فمجسم ا فی د فی و هو ك فيكون

نسبة ط ك كنسبة ا ب ويكون ا ب ط ك اربعة مقادير متناسبة

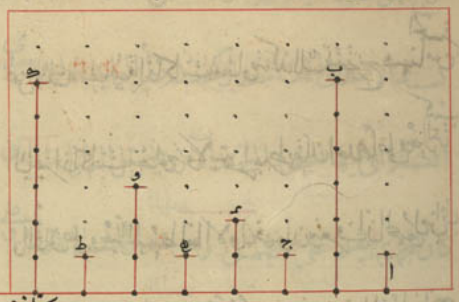
ومسطح ا فی ك مساو لمسطح ب فی ط وليكن ك انما حصل

من ضرب د فی و فا فی ك هو الحاصل من ضرب ا فی د فی و وايضا

ط انما حصل من ضرب ح فی ه فب فی ط هو الحاصل من ضرب

ب فی ح فی ه فاذن المجسمان متساويان وذلك ما اردناه

مساو لمجسم ب فی ح فی ه برهانه
ليكن ط ح فی ه هو ط د مسطح د
فی و



وقد جرت العادة بان توضع المقادير المتناسبة الواقعة فی كل نسبة

مؤلفة من نسبتين فی لوح علی هذه الصورة

وتسمى اضلاع المجسم الاول اعني مقادير ا د و ه بالجزء الاول وهي
يقع على القطر واضلاع المجسم الثاني اعني مقادير ب ح ه بالجزء
الثاني ويسمى ا مقدم النسبة المؤلفة و ب تاليها و ح مقدم النسبة
الاولى و د تاليها و ه مقدم النسبة الثانية و و تاليها وكما يستخرج
المجهول من المقادير الاربعة المتناسبة بالضرب والقسمة او بالنسبة
عن الثلثة الباقية اذا كانت معلومة كذلك تستخرج ههنا من الجزء
الباقي اذا كانت معلومة ولاستخراجه طريقان احدهما على وجه التركيب
والثاني على وجه البسيط اما الاول فهو ان يتعرف ان المجهول من اي
جزء ويقسم مجسم الجزء الاخر على سطح الباقيين من جزء المجهول فما خرج
فهو المجهول وبرهانه ظاهر من الشكل الذي مر واما الثاني فيستعمل على

وجهين

وجهين احدهما ان يتعرف ان المجهول هو اي حد من حدي احدى النسب
الثلثة ويقسم كل واحد من حدي النسبتين الاخريين على قرينه النظير
على النظير حتى يحصل مقداراهما ثم ان كان المجهول من النسبة المؤلفة
يؤخذ سطح المقدارين فما كان فهو مقدار المؤلفة وان كان من احدى المؤلفة
البسيطتين يقسم مقدار المؤلفة على مقدار البسيطة المعلومة فما المعلومة
خرج فهو مقدار النسبة المجهولة واذا تحصل مقدار تلك النسبة يكون
نسبة الواحد الى ذلك المقدار كنسبة نظير الواحد من احد حدي نظيره
النسبة التي فيها المجهول الى الحد الاخر ويحصل المجهول مثاله ان
كان المجهول ا يقسم د على ح فيحصل د وهو مقدار النسبة الاولى و على
ه فيحصل ح وهو مقدار النسبة الثانية وناخذ سطحهما وهو
ط فيكون مقدار نسبة ا ب وهو نظير ب والواحد نظير ا فيكون

نسبة ا الى ب كنسبة الواحد الى ط وتقسم ب على ط فيخرج مقدار

المجهول ومن البين ان الواقع في هذا العمل اما قسمتان وضربان واما

ثلث قسمات وضرب واحد ويكون مرجع الجميع الى معرفة المجهول من المقادير

الاربعة المتناسبة فان في الضرب نسبة الواحد الى المضروب كنسبة

المضروب فيه الى الحاصل وفي القسمة نسبة الواحد الى الحاصل كنسبة

المقسوم عليه الى المقسوم وان قسمنا ح على د وه على و فيصير الواحد

في المؤلفة نظير والشكل هكذا

النسبة المؤلفة		النسبة المؤلفة
الواحد	ط	الواحد
النسبة الاولى		النسبة الاولى
الواحد	د	الواحد
النسبة الثانية		النسبة الثانية
الواحد	ح	الواحد

وثانيهما

وثانيهما على ثلثة وجوه الاول ان يطلب وسط بين حدي المؤلفة

تكون نسبة احد الحدين اليه كاحدى النسبتين البسيطتين

ونسبة الى الحد الاخر كالنسبة الاخرى وطريقه هو طريق استخراج

المجهول من الاربعة المتناسبة فان نسبة الوسط الى الحد المعلوم

من النسبة المؤلفة يكون كنسبة احدى النسبة المعلومة من

البسيطتين الى الاخر مثاله نضع لوح المقادير الستة فان كان

المجهول كانت نسبة ر الوسط بين ا و ب الى ب كنسبة ه الى و

فيعرف من مقادير ب ه و مقدار ر وان كان المجهول مثلا

ب كانت نسبة ا الى ر كنسبة ح الى ه

ويعرف من مقادير ا ح ه مقدار ر وهكذا في الباقية ويقع في

كل عمل ضربان وقسمتان وقد يوضع بالتفصيل في جدول هكذا

الجموع	نضرب هـ في ز	نقسم هـ على ز	نضرب ز في هـ	نقسم ز على هـ	نضرب هـ في ح	نقسم هـ على ح	نضرب ح في هـ	نقسم ح على هـ
ا	-	ه	ز	ز	ز	ز	ز	ا
-	ا	ز	ز	ز	ز	ز	ه	-
ز	-	ه	ز	ز	ا	ز	ز	ز
ز	-	ه	ز	ز	ز	ز	ا	ز
ه	ا	ز	ز	ز	ز	ز	-	ه
ه	ا	ز	ز	ز	-	ز	ه	ز

وان لم يكن الضربان والقسمتان على هذا الترتيب صار على اوجه

بحسب اختلاف الترتيب كثيرة والثاني ان يطلب للنسبة الاولى

ثالث متاخر عن حد يكون نسبة تاليها اليه كنسبة مقدم النسبة

الثانية الى تاليها ويكون الحال فيه كما مر والثالث ان يطلب للنسبة

الثانية مقدار يتقدم على حد يكون نسبة ذلك المتقدم الى المتقدم

النسبة الثانية كنسبة مقدم الاولى الى تاليها ويكون الحال كما مر

متقدم

واهل

واهل الصناعة يوردون ههنا جدولين هكذا

نضرب هـ في ز	نضرب هـ في ز	نقسم هـ على ز	نضرب ز في هـ	نقسم ز على هـ	نضرب هـ في ح	نقسم هـ على ح	نضرب ح في هـ	نقسم ح على هـ
ا	-	ز	ز	ه	ز	ا	ه	ز
-	ز	ز	ز	ه	ز	-	ز	ا
ز	ا	ز	ه	ه	-	ز	ز	ه
ه	-	ه	ه	ز	ا	ز	ا	ز
ه	ا	ز	ز	ز	-	ه	ز	ز
ز	-	ز	ه	ا	ه	-	ا	ز

نضرب هـ في ز	نضرب هـ في ز	نقسم هـ على ز	نضرب ز في هـ	نقسم ز على هـ	نضرب هـ في ح	نقسم هـ على ح	نضرب ح في هـ	نقسم ح على هـ
ا	-	ز	ز	ه	ا	ز	ه	ز
-	ز	ز	ز	ه	-	ز	ه	ا
ز	ا	ز	ه	ه	ز	-	ا	ه
ه	-	ه	ه	ز	ز	ا	ز	ه
ه	ا	ز	ز	ز	ه	-	ز	ز
ز	-	ز	ه	ا	ز	ه	ا	ز

الشكل العاشر

وفيما ذكرناه كفاية لمن له فطانة اذا تالفت نسبة من نسبتين كانت

نسبة كل واحد من مقاديره احد الخبرين الى كل واحد من مقادير الخبر الاخر

مؤلفة من نسبتين يقعان بين المقادير الاربعة الباقية من السنة

بشرط ان يحصل مقدماهما من الخبر الذي منه تالي المؤلفة الثانية

وتاليهما من الخبر الذي منه مقدمها فليكن نسبة ا الى ب مؤلفة من

نسبتي ح د ه و اقول فيكون نسبة كل واحد من مقاديره د و الى كل واحد

من مقادير ب ح ه مؤلفة من نسبتين يقعان بين المقادير الاربعة

الباقية بالشرط المذكور مثلا ويكون نسبة ا الى ح مؤلفة من نسبتين

يقعان بين مقادير د و ب ه الاربعة بشرط ان يكون المقدمات

من الحيز الذي فيه ج وهما مقدار ا ب ه والتاليان من الحيز الذي

فيه ا وهما د و فيصير الدعوى هكذا نسبة ا الى ح مؤلفة اما من

نسبتين ب و ه د برهانه انا اذا جعلنا ارتفاع مجسم ا و مقدار

او ارتفاع مجسم ب ح ه مقدار ح كانت نسبة ا الى ح كنسبة قاعدة

مجسم ب ح ه التي هي سطح ب ز الى قاعدة مجسم ا و اعني سطح

د ز و بالتكافي كما تبين في الشكلين الرابع والخامس بعد الثلاثين

من المقالة الحادية عشر من كتاب الاصول وهو ان في المجسمات

المتساوية نسبة الارتفاعات الى الارتفاعات كنسبة القواعد

الى القواعد بالتكافي وكانت نسبة سطح ب ز الى سطح د ز و

مؤلفة من نسبة اضلاعهما اعني من نسبة ب الى د ومن نسبة ه الى

و او من نسبة ب الى و ومن نسبة ه الى د فاذن نسبة ارتفاع ا الى

ارتفاع ح مؤلفة من احدى الصنفين المذكورين وهكذا يتبين

في ساير الصور وذلك ما اردناه ولكون كل حيز مشتمل على ثلثة مقادير

كانت نسبة المقادير التي من حيز الى المقادير التي في الحيز الاخر تسعة ولكون كل

نسبة مؤلفة من نسب المقادير الباقية على وجهين من التاليف تصير النسب

المؤلفة الواقعة بين مقدمات احد الحيزين وتوالي الاخر على ثمانية عشر وجها واذا

اخذنا المقدمات من كل واحد من الحيزين تضاعفت الوجوه الثمانية عشر فصارت ستة وثلثين

ويكون كل واحد من النصف الاخير خلافا لاحدى النسب من النصف الاول وبهذا الاعتبار

نسبتي ب ه و او من ه

نسبتي

يكون كل نسبة مؤلفة ملاقية لخمسة وثلثين نسبة مؤلفة وقد اوردنا تفصيلها في جدول هذا

الاعداد	نسبة المؤلفة	الاولى		الثانية		الاعداد	الاولى		الثانية	
		مقدم	تالي	مقدم	تالي		مقدم	تالي	مقدم	تالي
ا	ا -	ح ز	ه د	ا	ه د	ا	ا ز	ز ا	ز ه	ه د
ب	ا -	ح د	ه ز	ا	ز ح	ب	ا ح	ح ا	ح د	د ح
ج	ا ح	ح ز	ه د	ح -	ز ا	ج	ح ز	ز ح	ز ا	د ه
د	ا ح	ح د	ه ز	-	ز ح	د	ح ز	ز ح	ز ا	د ح
ه	ا ه	-	ح د	ز	ح	ه	ح د	د ح	د ا	ز ه
و	ا ه	ح -	د ز	ح	ز	و	ح د	د ح	د ا	ز ح
ز	ز -	ح ا	ه د	ح	د	ز	ح ا	ا ح	ح ز	د ه
ح	ز -	ح د	ه ا	ح	ا	ح	ح ا	ا ح	ح ز	د -
ط	ز ح	-	ه د	ح	ز	ط	ح ز	ز ح	ز ا	د ح
ي	ز ح	-	د ه	ح	ا	ي	ح ز	ز ح	ز ا	د -
يا	ز ه	ح -	ا د	ح	د	يا	ح د	د ح	د ا	ه ح
يب	ز ه	-	د ح	ح	ا	يب	ح د	د ح	د ا	ز -
يج	د -	ح ا	ه ز	ه	ا	يج	ه ا	ا ه	ه د	ح -
يد	د -	ح ز	ه ه	ه	ا	يد	ه ا	ا ه	ه ز	د -
يه	د ح	-	ه ز	ه	ز	يه	ه ز	ز ه	ز ا	د ح
يو	د ح	-	ز ه	ه	ز	يو	ه ز	ز ه	ز ا	ز -
يز	د ه	ح -	ا ز	ه	د	يز	ه د	د ه	د ا	ا ح
يح	د ه	-	ز ح	ه	د	يح	ه د	د ه	د ا	ا -

ثم انا

ثم انا ان اعتبرنا ترتيب النسبتين البسيطتين تضاعف العدد لامكان

اختلافهما بالتقديم والتاخير وصارت النسب المتلاوزة اثنتين و

سبعين اذا تساوى مقداران من حيزين فاى نسبة مؤلفة من نسبتين

فرض كانت الاربعة الباقية مناسبة بشرط ان يكون فيما يبقى من كل

حيز مقدما وتاليا اعنى يكون التناسب التكافى مثلا وان كانت نسبة

الى ب مؤلفة من نسبتى حـ ه و وكان ا من الحيز الاول مساويا لـ ح

من الحيز الثانى اقول فيكون مقادير ب ه والاربعة الباقية متناسبة

على التكافى اعنى ان كان احدى المقدمين احد مقدارى ب ه اللذين

هما من الحيز الثانى وتاليه من الحيز الاول كان المقدم الاخر احد مقدارى

د و اللذين هما من الحيز الاول وتاليه من الحيز الثانى فيكون نسبة ب الى

د كنسبة و الى ه ونسبة ب الى و كنسبة د الى ه وعلى هذا القياس

الشكل الحادى عشر

متناسبة

قد تبين في الشكل الثالث والثلثين من المقالة الحادية عشر من كتاب

الاصول ان نسب المجسمات المتساوية الارتفاع بعضها الى بعض كنسب

قواعدها بعضها الى بعض وكما كان ههنا مجسما الخبزين متساويين و

كان مقداران من الخبزين متساويين واذا فرضنا انهما ارتفاعا المجسمين

صار المجسمان متساويي الارتفاع ويكون نسبة الارتفاع الى الارتفاع

كنسبة القاعدة الى القاعدة فيكون القاعدتان ايضا متساويتين

واضلاع السطوح المتساوية المتساوية الزاويتين متناسبة بالتكافؤ

فاذن المقادير الاربعة الباقية التي هي اضلاع السطحين متناسبة

بالتكافؤ وذلك ما اردناه ه ويتبين من هذا ان النسب المؤلفة

يستلزم نسبا بسيطة متشابهة بين اربعة من مقاديرها في تسع صور

يحدث

يحدث من ازدواج مقادير احد الخبزين بالآخر وقد وضعناها في جدول هو هذا

الاعداد	المتاخرتان من الخبزين		الاربعة		المتناسبة	
			الاول		الثاني	
	اول	ثاني	مقدم	ثاني	مقدم	ثاني
ا	ا	ب	ج	د	ه	و
ب	ا	ج	ب	د	ه	و
ج	ا	ه	ب	د	ه	ج
د	د	ب	ا	ج	ه	ب
ه	د	ج	ا	ه	ب	و
و	د	ه	ا	ب	ج	و
ز	ب	ج	ا	د	ه	د
ح	ب	د	ا	ج	ه	د
ط	ب	ه	ا	ج	ج	د

اما ان كان المقداران المتساويان من خبز واحد فلا يستلزم نسبا

بسيطة ويتبين هذا المطلب ايضا من وجه آخر فلنعد المثال المذكور

ونجعل نسبة د الى ز كنسبة ه الى و فيكون بالمساواة المشتركة

نسبة ح الى ز كنسبة ا الى ب وكان ح مساويا لا في الفرض المذكور

فيكون ز مساويا لب ونسبة ز الى ج كنسبة ب الى د وكانت نسبة

الشكل الثاني عشر

والى ع كنسبته والى ه فاذن نسبته ب الى ع كنسبته والى و وذلك ما اردنا

وايضا ان فرضنا ب مساويا لد نجعل نسبة والى ه كنسبته ح الى ح ونسبة

ح الى ع كنسبته الى ط فيكون نسبة الى ط كنسبة ح الى ع

ونسبة ط الى ب كنسبة ح الى ح المساوية لنسبة ه الى و فالمساوات

المضطربة يكون نسبة ح الى ع كنسبة الى ب وكان ب مساويا لد

فيكون ا ايضا مساويا لح ولكن نسبة ح الى ح كنسبة ه الى و فيكون

نسبة ا الى ح كنسبة ه الى و وذلك ما اردناه ولينبين على قياسه في

الشكل الثالث عشر

غيره من الصور ه كل نسبة بسيطة فهي مؤلفة من نسبتين احدهما

مثل تلك النسبة والاخرى نسبة المثل فليكن نسبة الى ب نسبة

بسيطة اقول فهي مؤلفة من النسبتين المذكورتين برهانه

ليكن

ليكن نسبة ح الى ع كنسبة ا الى ب وليكن ه مساويا لد فنسبة ح الى

ع مؤلفة من نسبة ح ه المساوية لنسبة ح الى د ومن نسبة ه الى ع المتباينين

وهي نسبة المثل فاذن نسبة ا الى ب ايضا مؤلفة منهما وذلك ما اردنا

وبالعكس كل نسبة مؤلفة من نسبة مفروضة ومن نسبة

المثل فهي في قوة نسبة بسيطة مساوية لتلك المؤلفة وبيانه ظاهر

مما قلنا وقد تبين ايضا من هذا ان نسبة نسبة المثل مؤلفة من نسبتين

مساويتين لها ه نسبة المثل مؤلفة من اي نسبة ما ونسبة

والى ه مثل نسبة ح الى ع اقول فنسبة الى ب مؤلفة من نسبتي

ح ه وبرهانه ليكن ر مساويا لح فلكون نسبة ح الى ع كنسبة والى ه

الشكل الرابع عشر

اقول ومن نسبة ا الى ب فليكن نسبة ا الى د

يكون نسبته د الى ز اعني الى ح مساوية لنسبة ه الى و فيكون نسبة

ح الى ز التي هي نسبة المثل مؤلفة من نسبتي ح ه و ه ز فاذن نسبة ا الى ب

ايضا مؤلفة منهما فظ انهما نسبة مفروضة وخاصة وفهما وليكن هذا

اخر كلامنا في النسب المؤلفة **المقالة الثانية**

في الشكل القطاع السطحي وما يقع فيه من النسب احد عشر فصلا

الفصل الاول في ماهية الشكل القطاع السطحي وذكر صوره ونسبه

منها مجملا وكل اربعة خطوط مستقيمة تتقاطع كل اثنين ولا يتقاطع اكثر

من اثنين على نقطة واحدة فالشكل الحادث منها هو القطاع السطحي

وانما قيد بالسطحي لانه لا يمكن ان يقع الا على سطح واحد مستو وذكر اهل

هذا العلم ان لهذا الشكل اثني عشر صورة لا يمكن ان يزيد عليها

او ينقص منها وبينوا ذلك بان قالوا اذا تقاطع خطان مستقيمان مثل خطي

اب

اب اح على نقطة ا ثم قطعهما خط ثالث مستقيما يقطع اولا خط اب على

نقطة غير نقطة ا وليكن هي نقطة ب ثم يخرج الى ان يقطع خط اح على

غير نقطة ح وليكن على نقطة د فاويخ اما ان يقطع نقطة د خارجة عما بين نقطتي يقع د

اح الى ما يلي ا واما ان يقع بينهما واما ان يقع خارجة الى ما يلي نقطة ح وتصير

الصور بحسب هذا الاختلاف ثلثا هكذا

ثم ليقطع الخطوط الثلثة خط رابع مثلها وهو خط حه وليقطع خط اح

على نقطة ح وليقطع خط اب على نقطة ه ولا يخلو اما ان يقع نقطة ه خارجة

عما بين اب الى ما يلي ا او يقع فيما بينهما او يقع خارجة الى ما يلي ب فيصير كل

واحد من الصور الثلث على ثلاث صور ويصير الجميع تسعة على هذا المثال

وقد اعتبر التقاطع في هذه الصورتين خطي اب اح وبين خطي اب

بج وبين خطي اح حه وبقي اعتباره بين خطي بج حه وليكن على ه و

هذا التقاطع في النوع الاول من الصورة الاولى وفي النوع الثالث

من الصورة الثانية وفي النوع الثاني من الصورة الثالثة يمكن ان وفي

يقع في احدى جهتي ب و ح وتختلف بحسبه الشكل وفي باقي الوجوه لا يختلف

يمكن ان يقع الا على وجه واحد فانه في ثاني الصورتين الاولى والثانية وفي

اول الثانية يجب ان يقع هذا التقاطع فيما بين ب و د وفي ثالث الاولى

والثالثة واول الثانية يجب ان يقطع ح ه خط ب د قبل قطعه لخط ا ب

ولذلك لا يختلف فيها وقوع هذا التقاطع وقد تبين ان جميع الاشكال

بعد اعتبار هذا التقاطع ينحصر في اثني عشر وهذه صورها

انواع الصورة الاولى

انواع الصورة الثانية

انواع الصورة الثالثة

وقد غفل حسام الدين علي بن فضل الله السالار مع تبرزه في هذا العلم

عن اعتبار هذا التقاطع الاخير فقال لهذا الشكل تسع صور لا يزيد

عليها ولا ينقص ثم قال وذكر اهل هذا العلم ان له اثني عشر صورة وانا

ما ارى له وجها ثم انهم ربما بينوا نسب هذه الصور الاثني عشر بدعوى

واحدة وبرهان واحد ينطبق على كل واحدة منها فقالوا نسبة خط ا ب

الى خط ب د مؤلفة من نسبة خط ا ه الى خط ه د ومن نسبة خط ا ر

الى خط ر ه برهانه يخرج من نقطة ا خطا موازيا لخط ح ه الى ان يصل

الى خط ب د وهو خط ا ح ويكون نسبة خط ا ح الى خط ح ر كنسبة

خط اد الى خط دح من جهة تشابه مثلثي دا ح دح ونسبة خط ا ح الى

خط ر ه التي هي مؤلفة من نسبة خط اد الى خط دح ومن نسبة خط ح ر

الى خط ر ه كنسبة خط ا ب الى خط ب ه من جهة تشابه مثلثي ا ب

ح ه ب ر فاذن نسبة خط ا ب الى خط ب ه مؤلفة من نسبة خط

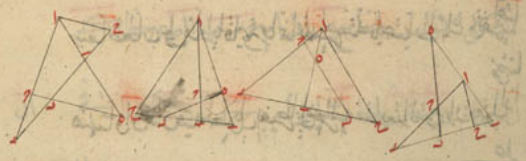
اد الى خط دح ومن نسبة خط ح ر الى خط ر ه وذلك ما اردناه وتصير

الاشكال بزيادة الخط الموازي هكذا

انواع الصورة الاولى

انواع الصورة الثانية

انواع الصورة الثالثة



وساير النسب التي يقع بين خطوط هذا الشكل يمكن ان تبين على الوجه

المشترك ايضا قالوا واذا غيرنا هذه الاوضاع فحولنا ما عن جانب

اليمين الى جانب اليسار وبالعكس صارت الاشكال اربعة وعشرين

والدعاوي والبراهين المشتركة ينطبق على الجميع فهذا ما قالوه

هاهنا وانا اقول ان اعتبرت الجهات وجب ان يعتبر جميعها وهي بحسب السطح

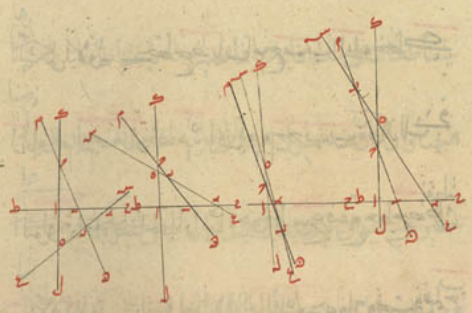
الواحد المستوى اربع يسامتها اطراف خطين مستقيمين غير محدودين
يتقاطعان على زوايا قائمة وانما نصير ستة باعتبار السمك وتقريرها
ههنا وان كان فيه تطويل بغير طائل يجر اليه متابعة القوم بان نقول اذا فرضنا
خطين مستقيمين غير محدودين يتقاطعان على نقطة ح كخطى ح ط ح ك ح ل على
نقطة ا وحدث جهات ح ك ط ل الاربعة ثم فرضنا تاليا كخط ا م ن يقطعها اما
خط ح ط فعلى نقطة ب واما خط ك ل فعلى نقطة ز حدثت مثلثات اربعة على الزوايا الاربع هكذا

وظاهر ان كل واحد من هذه الخطوط الثلثة ينقسم بثلثة اقسام مثلا في
الشكل الاول خط ح ط باقسام ح ب ب ا ا ط وخط ك
ل باقسام ك ز ز ا وخط م ن باقسام م ز ز ب ب ن وكذلك في
البواقي ثم اذا فرضنا خطا رابعا وهو خط س ع فيقع خط ح ط على نقطة ز
ولا محالة يقع نقطة ز في احد الاقسام الثلثة منه فان وقعت في قسم ح ب
ثم قطع خط ك ل على نقطة ه امكن ايضا ان يقع نقطة ه في احد الاقسام
الثلثة من خط ك ل م فان وقعت نقطة ه في قسم ك ز ثم قطع الخط
الرابع خط م ن على نقطة ز امكن ان يقع نقطة ز في قسم ز ح وامكن ان يقع في
قسم ب ن ونحن نسمى هذين الشكلين بالمشتى لوقوع نقطة ه في كليهما في
قسم ك ز اما ان وقعت نقطة ه في قسم ز ا من خط ك ل قطع م ن في قسم
ب ن لا محالة وان وقعت في قسم ا ل قطع م ن في قسم ب ن لا غير ويحدث

ال

فيقطع

من وقوع د في قسم ح ب اربعة اشكال هذه صورها



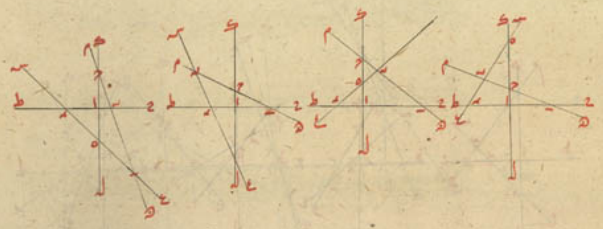
فنقطة ل

واما ان وقعت نقطة د في قسم اب من خط ح ط فيقطعه ه ان وقعت
في قسم ك ح وحينئذ يقع ر لا محالة في قسم ب ح وان وقعت في قسم ح ا
وحينئذ يقع ر اما في قسم ح م واما في قسم ب ن ويكونان مثنى بحسب
اصطلاحنا وان وقعت في قسم ا ل وقعت نقطة ر في قسم ب ح لا غير و

حدث

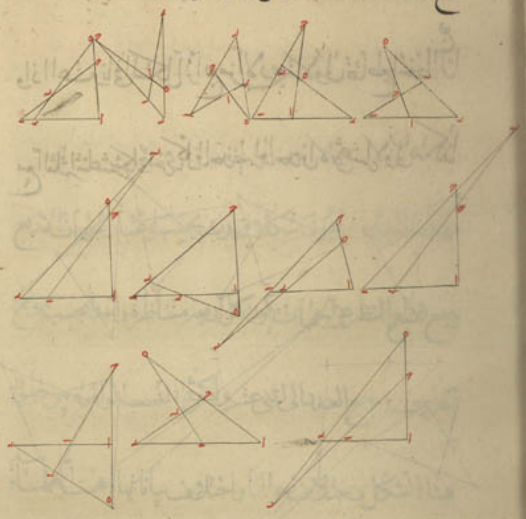
حدث اشكال اربعة اخرى هذه صورها

اما ان وقعت نقطة د في قسم اط من خط ح ط الاول فان وقعت
نقطة ه في قسم ك ح وقعت نقطة ر في قسم م ح لا محالة وان
وقعت في قسم ح ا وقعت نقطة ر في قسم ح ب لا محالة وان
وقعت في قسم ا ل فيقطعه ر يمكن ان يقع في قسم ح م ويمكن ان يقع في نقطة ر
قسم ب م ويكون الشكلان مثنى ويحدث اربعة اشكال اخرى هذه صورها



فهذه الاثنا عشر انما حدثت من اعتبار اختلاف وقوع التقاطع
بين الخط الرابع مع الخطوط الثلثة التي رسمناها في الشكل
الاول من الاشكال الاربعة التي حدثت اولا بحسب
اعتبار خطوط ثلثة فقط واذا حذفنا اطراف الخطوط
والحروف الزوايد عن هذه الاشكال صارت على هذه الصورة

واذا اعتبرنا في الشكل الثالث من الاربعة الاولى تقاطع الخط الرابع
مع الثلثة حدثت اثنا عشر شكلا اخرى كل واحد نظير لواحد من الاثنى عشر الاولى هكذا



واذا اعتبرنا في الشكل الرابع من الاربعة الاولى تقاطع الخط الرابع

مع الثلثة اثنا عشر شكلا واخرى كل واحد نظير لواحد من الاثني عشر الاولى هكذا

فهذه ثمانية واربعون شكلا وتحدث بحسب اعتبار الجهات الاربع

ومع قطع النظر عن الجهات يكون كل اربعة متناظرة واحدا بحسب مواقع

الحروف ويرجع العدد الى اثني عشر ولكثرة النسب الواقعة بين خطوط

هذا الشكل واختلاف احوالها واختلاف بياناتها اهمت العلماء

بالكلام فيه وذهبوا كل مذهب فعجز بعضهم عن ضبط اختلافاته واعرض
بعضهم عنه واقبل على ما ينوب عنه وانا ما وجدت فيه كلاما احسن من
كلام حسام الدين علي بن فضل الله الشالار المذكور فانه اورد ما هو كاف
في ضبط الدعاوى لكنه ما تعرض لحصر البراهين وانا اوردت في هذا الكتاب
ما ذكره فاضفت اليه ما سنح لي فيه والله الموفق

الفصل الثاني في الاشارة الى اجزاء هذا الشكل والى دعاوى

النسب الواقعة فيه هذا الشكل وان كان له بالاعتبارات المختلفة صور كثيرة
لكن الجميع يرجع الى هيئة واحدة يحصل من سبابتي اليدين ووسطيهما
اذا جمعت انملتا السبابتين ووضعت انملة كل وسطى على وسط السبابة الاخرى

وقد رسمنا على تقاطعاتها بهذه الارقام في جميع المواضع ليسهل العبارة
عنها ثم نقول هذا الشكل مؤلف من اربعة خطوط غير متوازية ولا متشاركة
هي خطوط اب اح اد اه وبحن سميناها باركان الشكل وهذه الاركان
متقاطعة على ست نقط هي نقط ا ب ح د ه و يقع في كل ركن ثلثة خطوط
محدودة بثلث نقط اما في ركن اب فخطوط اب اه اد ب واما في ركن
اح فخطوط اح اه ه ح واما في ركن اد فخطوط اد ح د د ه واما في ركن ب
فخطوط ه ب ه د ر ب والجميع اثنا عشر خطا وايضا يقع في هذا
الشكل اربع مثلثات هي مثلثات اب ه اح ب د ح د ه واضلاعها
الخطوط الاثنا عشر وايضا يقع بين هذه الاركان ستة ازواج
هي بين اب ب ه وبين اب اح وبين اب ح د وبين ب ه اح وبين ب ه ح د
وبين اح ح د ويقع بين كل زوجين منها خطان وجميعها هي الخطوط

الاثنا عشر وكل واحد من هذه الخطوط يشارك خمسة خطوط ويباين
ستة والمشاركة هي التي يقع في نسبة مؤلفة او بسيطة هي جزء مؤلفة فان
يكون احد المتشاركين مقدما لها والاخر تاليا والمتباينة ما لا يقع في نسبة
اما المشاركة فيقع من كل خطين يشتركان في احد ثلاثة امور هي المساواة
والاحاطة باحدى زوايا مثلث والوقوع بين ركنين وظاهر ان خط يشارك
خطين بالوجه الاول وخطين بالوجه الثاني وخطا واحدا بالوجه الثالث
وتلك الخطوط هي الخمسة المشاركة واما الستة الباقية فتباينه ونحن نبين
هذه الامور بالمشاركة الاولى او الثانية او الثالثة مثاله خط اد يشارك
خطي اب دب بالمشاركة الاولى ويشارك خطي اج دج بالمشاركة الثانية
ويشارك خط ه ر بالمشاركة الثالثة وتباين الستة الباقية وهي خطوط
اه ج ه ر دج ه ب ر ب والمشاركة الثالثة وان كانت مع خط واحد

لكنها

لكنها بالقوة كمشاركتين على ما يتبين من بعد وقد بينت في المقالة
الاولى ان لكل نسبة مؤلفة من نسبتين ستة حدود واذا وقعت
تلك النسبة في هذا الشكل كانت ستة من الحدود الاثني عشر حدودها
وبقيت الستة الباقية معطلة ويكون ثلاثة منها ابدا متساوية وركنيها
يسمى الركن المعطل وثلاثة محيطة بمثلث يسمى المثلث المعطل اما
الخطوط الستة التي يكون حدودا لتلك النسب الثلث فلا محالة
يكون بين كل اثنين منها يقعان في نسبة مشاركة من المشاركات الثلث
فان كانت المشاركات التي يكون بين حدود النسبة الثلث جميعها
من نوع واحد من المشاركات قلنا ان تلك النسب من نوع وان كانت من
انواع مختلفة قلنا انها مشوشة والخطوط الثلثة الواقعة في جزء واحد
من النسب المذكورة يكون ابدا متباينة واذ مهدنا هذه القواعد فليعلم

ان المشاركة الواقعة بين حدي النسبة المؤلفة ان كانت من المشاركة الاولى
سميت دعواها بالدعوى الاولى وان كانت من المشاركة الثانية سميت
دعواها بالدعوى الاولى وان كانت من المشاركة الثانية سميت بالدعوى
الثانية وان كانت من المشاركة الثالثة سميت بالدعوى الثالثة
ولكل دعوى من هذه الدعاوي ضروب كثيرة بعضها مرتبة النسب
وبعضها مشوشتها وجميعها ينقسم الى اصل والى فرع والاصل هو الدعوى
الاولى مرتبة والباقية فروعها على ما يتبين ان شاء الله

الفصل الثالث في ضبط حدود ضروب الدعوى الاولى

قد ذكرنا ان المشاركة بين مقدم النسب المؤلفة وتاليها في الدعوى الاولى
يكون من المشاركة الاولى اعني ان يكونا متساويين واذا كان ذلك كان
بينهما حد مشترك لا محالة هي احدى النقط الثلث التي يقع على ذلك

الركن

الركن الذي هما فيه فان كان ذلك الحد طرفا للركن كان احدهما منطبقا
على الاخر ويسمى النسبة بالمركبة وان لم يكن كذلك لم يكن كذلك
لم يكن بينهما تطابق بل يكونان متصلين على الاستقامة ويسمى النسبة
بالمتصلة والنقطتان الباقيتان على الركن يكون احدهما خاصة
بالمقدم والاخرى بالتالي اعني يكونان حدين لهما بغير اشتراك فيها
مثاله اذا قلنا في الشكل الماضي نسبة ب ح الى ح د ايكون نقطة ح هي الحد
المشترك ونقطة ب الحد الخاص بالمقدم ونقطة د الحد الخاص بالتالي ويكون
النسبة مفصلة واذا قلنا نسبة ب ا الى ا ح كان الحد المشترك او حد التعاطف
ب وحد التالي ح وعلى هذا القياس ويسمى الركن الذي عليه حد النسبة
بركن النسبة المؤلفة والركن الذي تعاطفه عند الحد المشترك بالركن المعدل
والركن الذي تعاطفه عند حد المقدم بركن النسبة الاولى والركن الذي

بالتالي

المقدم

تقاطعه

تقاطعه

تقاطعه ٢٨ تقاطعه عند حد التالي بركن النسبة التالية ويكون على الركن المعطل ثلث
نقط ويبقى على الشكل ثلث نقط اخرى غيرها يحيط مثلث ويسمى ذلك
المثلث بالمثلث المعطل ويشتمل الركن والمثلث المعطل ون على ستة من
الخطوط جملتها معطلة في تلك الدعوى ويبقى الستة الاخرى حدود
للنسب الثلث اثنان منها اللذان على ركن من النسبة المؤلفة احدهما
مقدمها وثانيها تاليها واثنان على ركن النسبة الاولى يكون المقدم
منها هو المتصل بمقدم المؤلفة على زاوية من زوايا المثلث المعطل والتالي
هو الباقي المتصل مع مقدم على نقطة ما مشاما مثاله واثنان على ركن النسبة
الثانية يتصل التالي منهما بتالي المؤلفة عند زاوية من زوايا المثلث
المعطل ومقدمه يكون بين تالي النسبة الاولى وبين تاليه ويحيط
بهذه الخطوط الستة التي هي حدود النسب ست نقط هي نقط الركن و

المثلث

المثلث المعطلين يكون كل واحد منها بين زاوية من زوايا المثلث
المعطل وبين الركن المعطل واما الزاوية التي يبتدي منها مقدما النسبة
المؤلفة والنسبة الثانية فنسميه بزاوية المقدم وبالزاوية الاولى و
الزاوية التي ينتهي اليها تاليا المؤلفة والنسبة الثانية بزاوية التالي
وبالزاوية الثانية والزاوية الباقية التي ينتهي اليها تالي النسبة الاولى
ويبتدي منها مقدم النسبة الثانية بالزاوية المشتركة واما الركن المعطل
فينتهي اليه المقدمات الثلث ويبتدي منه التوالي الثلث واذا وقعت النسب على التوالي
هذه السياقة كانت الدعوى الاولى مرتبة ثم انا ان قدمنا النسبة الثانية
على الاولى سميناها بالمنعكسة وان جعلنا النسبة الاولى بين مقدم النسبة
الثانية وتالي النسبة الاولى اللذين مشاركتهما من المشاركة الثانية
المشاركتين اللتين ويبقى النسبة الثانية بين مقدم النسبة الاولى وتالي

النسبة الثانية اللذين مشاركتهما من المشاركة الثالثة او بعكس ذلك

اعني بالعكس منهما كانت الدعوى الاولى مشوشة ونعيد الشكل لبيان هذه

الامثلة ونقول اما من ركن اب فنسبة ب د الى د ا يكون مؤلفة من نسبة

ب د الى د ه ومن نسبة ج ب الى ب ا فركن اب ركن النسبة المؤلفة ونقطة

د عليه الحد المشترك ونقطة ب حد المقدم ونقطة ا حد التالي و ج الما

والنقط بنقطة د الركن المعطل وعليها نقطة د ج والنقطة الباقية هي ا ب ه

فمثلث ا ب ه المثلث المعطل وخطوط ا ب ب ه ا ه د ج د ج معطلة

والستة الباقية حدود النسب المذكورة وركن ب ه الما بحد المقدم ركن

النسبة الاولى الذي منه حداها وركن ا ج الما بحد التالي ركن النسبة الثانية

الذي

الذي منه حداها و ب ج ب د ه اعني مقدمي المؤلفة والنسبة الاولى يبتديان

من نقطة ب وهي زاوية المقدم من المثلث المعطل وينتهيان الى نقطتي

د ر من الركن المعطل و د ا ج اعني تاليي المؤلفة والنسبة الثانية يبتديان

من الركن المعطل وينتهيان الى نقطة ا وهي زاوية التالي منه ورد تالي

النسبة الاولى يبتدي من الركن المعطل الى الزاوية المشتركة من المثلث

المعطل و ج مقدم النسبة المؤلفة بعكس ذلك واما عكس النسبتين

فقط ويصير فيه الامور المذكورة بخلاف ما ذكرناه واما التشويش فبان

يقول نسبة ب د الى د ا مؤلفة من نسبة ج الى ه ر ومن نسبة ب د الى

ا ج او بعكس النسبتين ومنه التركيب بان نقول نسبة ا ب الى ب د

مثلا مؤلفة من نسبة ا ه الى ه ج ومن نسبة ج ر الى ر د وكذلك نسبة

ب ا الى ا د مؤلفة من نسبة ب ه الى ه ر ومن نسبة د ج الى ج د وعليك

ان تتامل في كل واحد منها ما قدمناه **الفصل الرابع** من

ضبط حدود ضروب الدعوى الثانية قد مر ان المشاركة

في الدعوى الثانية يكون من جنس المشاركة الثانية اعني يكون المقدم

والتالي في كل نسبة محيطين بزاوية مثلث اما وتر تلك الزاوية من المثلث

الذي يكون منه مقدم المؤلفة وتاليه فيكون من الركن المعطل والنقط والنقطة

المثلث التي هي غير التي على ذلك الركن يحيط بالمثلث المعطل على قياس ما مر

وتلك النقطة النقطة يكون على ثلث زوايا اوتارها جميعا من الركن المعطل وهي

ثلث مثلثات فالمثلث الاول هو المثلث المؤلفة والثاني هو مثلث

النسبة الاولى والثالث هو مثلث النسبة الثانية والزاوية الاولى

التي اليها انتهى مقدم المؤلفة ومنها ابتدا تاليها هي الزاوية المشتركة الثانية

اعني التي اليها انتهاء مقدم منها النسبة الاولى ومنها ابتدا تاليها هي الثانية

الاولى

الاولى وزاوية المقدم والتالية اعني التي اليها انتهاء مقدم النسبة الثانية

ومنها ابتدا تاليها هي زاوية الثانية وزاوية التالي ومن الركن المعطل يبتدي

المقدمات الثلث واليه ينتهي التوالي جميعا وههنا يكون المشاركة بين مقدم

النسبة الاولى هذا جميعا اذا كانت النسبة على الترتيب واما اذا صارت

مشوشة وكانت النسبة الاولى من مقدم النسبة التي كانت في الاول اولى

وتالي التي كانت ثانية كانت المشاركة بينهما من المشاركة الثالثة وفي النسبة

الاخرى من المشاركة الاولى ولنعد الشكل ونقول ليكن نسبتا اب الى جه مؤلفة

من نسبتي اد الى دج ومن نسبتي جه الى ده فيكون اج الركن المعطل

وب جه المثلث المعطل واجتبر سائر ما قلنا في خطوط الشكل ونحن لا نعيده

لئلا يطول الكلام **الفصل الخامس في ضبط حدود ضروب**

الدعوى الثالثة المشاركة في هذه الدعاوي من جنس المشاركة

الثانية اعني يكون المقدم والتالي في النسبة المؤلفة وغيرها محصورين

بين ركنين من اركان الشكل وكل واحد من ذينك الركنين يصلح لان يجعل

ركنا معطلا ويكون المثلث المعطل بحسبه ما يحيط به النقط الثلث الباقية

وبقي الست الباقية من الخطوط حدودا للنسب الثلث والزوايا الثلث

من المثلث المعطل يكون المشتركة منها هي التي يكون منها مبدا تالي النسبة

الاولى ومقدم النسبة الثانية وزاوية المقدم التي يكون منها مبدا مقدمي

المؤلفة والنسبة الاولى والزاوية التالي التي يكون منها مبدا تالي المؤلفة والنسبة

الثانية ويكون انتهاء جميع خطوط الستة الى الركن المعطل فيكون المشاركة بين

مقدم المؤلفة ومقدم الاولى وبين تالي المؤلفة وتالي الثانية من جنس المشاركة

الثانية وبين مقدم المؤلفة ومقدم الثانية وبين تالي المؤلفة وتالي الاولى

من جنس المشاركة الاولى هذا اذا كانت الدعوى مرتبة اما اذا انعكس الترتيب

فصارت المشاركة بين مقدمي المؤلفة والاولى وتالي المقدمة والثانية من

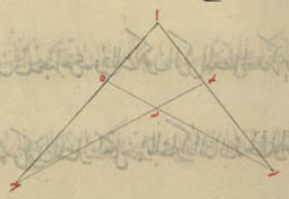
جنس الاولى وبين مقدمي المؤلفة والثانية وتالي المؤلفة والاولى من

جنس المشاركة الثانية واذا صارت الدعوى مشوشة صارت المشاركة بين

حدي النسبة الاولى من المشاركة الاولى وبين حدي النسبة الثانية من المشاركة

الثانية فلنعد الشكل وليكن النسبة بين ب ا ج المحصورين بين ركني

ا ج به فان جعلنا ركن ا ج معطلا وكان مثلث ب ع د معطلا



وكانت زاوية ب زاوية المقدم وزاوية ز زاوية التالي وزاوية ع المشتركة

اب اح ٢٢

ويكون نسبة ب ا الى ح ج مؤلفة من نسبة ب الى د ج المحصورين بين ا ح ومن

نسبة د ا ه المحصورين بين ر كي ج ا ح ه وان جعلنا ركن ب معطلا وصار المثلث

المعطل مثلث ا ه ج وكانت زاوية ا زاوية المقدم وزاوية ج زاوية التالي وزاوية د

المشترك ويكون نسبة ا ب الى ح ج ه المحصورين بين الركنين المذكورين مؤلفة من نسبة

ا ه الى د ه المحصورين بين ا ب ب ه ومن نسبة د ج ه المحصورين بين ب د ج و ق

الانعكاس والتشويش عليه وقد ظهر ان احد الحاصرين من الاركان الاربعة في النسب

الثلث هو الركن المعطل فانه مع كل ركن من الباقية يحصر حدي نسبة منها وظهر ايضا

ان كل نسبة مؤلفة في هذه الدعوى يتألف تارة من نسبتين في اربعة حدود و

تارة من اخريين في اربعة اخرى وذلك لكون الركن المعطل احد ركنين لا بعينه ومن هذا المعنى

يتبين ما قلناه من كون المشارك لكل خط بالمشاركة الثالثة خطا واحدا هو في وضعين او هيئتين

تمام الكلام في ضبط الدعاوي الفصل السادس في انشاء الكلام في استخراج هذه الدعاوي

يحتاج

يحتاج في اقامة البرهان على هذه الدعاوي الى اخراج خط من نقطة تقاطع بعين معين

على موازاة خط معلوم حتى يحدث اربع مثلثات كل اثنين منها متشابهان والتسم

ذلك الخط بالخط الموازي واذا خرج خط من نقطة تقاطع خطين فذلك الخط لا يمكن

ان يكون موازيا لاحدهما ولا منتهيا الى احدهما ويكون الاركان اربعة يكون الباقي

بعد المتقاطعين ركنين اخرين ويكون الخط الموازي موازيا لاحدهما ومنتهيا الى الاخر اما

التقاطع الذي يخرج منه الخط الموازي فهو احدى زوايا المثلث المعطل ابدا فالخط

الموازي الخارج عنه اما ان يكون موازيا للركن المعطل منتهيا الى الركن الباقي واما ان يكون

بالعكس واذا كان كذلك امكن ان يقع الخط الموازي في كل دعوى على ستة اوجه بعد ضعف زوايا

المثلث المعطل وامكن ان يقام بكل وجه منها برهان على تلك الدعوى ولما كانت النقط ستة ويمكن

ان يخرج من كل نقطة خط موازا لاحد الاخرى وجهين فيكون الاشكال الجميع البراهين على اختلاف وجوه استعمالاتها النقط

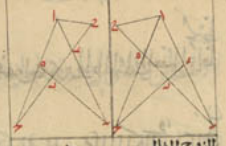
منحصرة في اثني عشر وصورة هي ستة ازواج كل زوج يشتمل على شكلين فيحصل لكل اربعة مثلثات كل مثلثين متشابهان والصورة هذه

الزوج الاول

هو الذي يخرج الخط الموازي فيهما من نقطة ا

المثلثات المتشابهة في هذا الشكل | المثلثات المتشابهة في هذا الشكل

مثلث مثلث مثلث مثلث

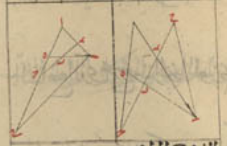


الزوج الثاني

هو الذي يخرج الخط الموازي فيهما من نقطة ب

المثلثات المتشابهة في هذا الشكل | المثلثات المتشابهة في هذا الشكل

مثلث مثلث مثلث مثلث



الزوج الثالث

هو الذي يخرج الخط الموازي فيهما من نقطة ج

المثلثات المتشابهة في هذا الشكل | المثلثات المتشابهة في هذا الشكل

مثلث مثلث مثلث مثلث

الزوج الرابع

هو الذي يخرج الخط الموازي فيهما من نقطة د

المثلثات المتشابهة في هذا الشكل | المثلثات المتشابهة في هذا الشكل

مثلث مثلث مثلث مثلث

الزوج الخامس

هو الذي يخرج الخط الموازي فيهما من نقطة ه

المثلثات المتشابهة في هذا الشكل | المثلثات المتشابهة في هذا الشكل

مثلث مثلث مثلث مثلث

الزوج السادس

هو الذي يخرج الخط الموازي فيهما من نقطة ز

المثلثات المتشابهة في هذا الشكل | المثلثات المتشابهة في هذا الشكل

مثلث مثلث مثلث مثلث

واعلم ان كل مثلث من المثلثات الاربعة الواقعة في هذا الشكل يختص بستة

من هذه الاشكال الاثني عشر فان تلك الستة هي المستعملة في الدعاوي التي

يكون مثلثها المعطل ذلك المثلث وهذا تفصيل ذلك

المثلث المثلث

المعطل اذا كان مثلث ا ب ه المعطل اذا كان مثلث ا ح د كانت

كانت الستة المستعملة في الزوج الاول الستة المستعملة فيه الزوج

والثاني والخامس ونحن نسميها الاول والثالث والرابع ونحن

بالستة الاولى نسميها بالستة الثانية

المثلث المثلث المعطل

المعطل اذا كان مثلث ب ج ز كانت اذا كان مثلث ج ه ز كانت

الستة المستعملة في الزوج الثاني والرابع الستة المستعملة فيه الزوج الثالث

والسادس ونحن نسميها بالستة الاولى والخامس ونحن نسميها بالستة الرابعة

فظاهر

فظاهر ان كل زوج يتكرر في مثلثين ومن هذا الشكل يتبين ذلك التكرار

واذا انتهى الخط الموازي بعد ما خرج من زاوية المثلث المعطل الى ركن حدث عنده تقاطع

فلنسم ذلك التقاطع بالتقاطع الحادث ثم ان كان ذلك الركن هو المعطل

سمينا الخط الموازي سنتم النسبة وان لم يكن هو المعطل سمينا الخط الذي بمتمم

يقع بين التقاطع الحادث والركن المعطل سنتم النسبة ويضيف هذا المتمم بمتمم تضيف

في كل برهان الى احدى نسبته ليحصل بينه وبين ذينك الحدين نسبتان

واضافة اليهما يقع على ثلثة اوجه اولها ان يحصل المتمم متقدما عليهما ليحصل واضافته

بينه وبين المقدم من تلك النسبة نسبة ويضاف الى النسبة التي كانت بين

المقدم والتالي فيصير نسبتين ويسمى المتمم بهذا الاعتبار سابقا على

والثاني ان يجعل المتمم واسطة بين المقدم والتالي ليحصل بين المقدم وبينه

نسبة وبينه وبين التالي اخرى فيحصل نسبتان ونسميه بهذا الاعتبار

متوسطا بينهما والثالث ان يجعل متاخرا عنهما حتى يضاف الى تلك النسبة

النسبة التي يكون بين التالي وبينه ويحصل نسبتان ونسميه بهذا الاعتبار لاحقا

بهما وستتضح الفائدة في جميع هذه الاعمال ان شاء الله فهذا ما يجب ان

يعرف قبل الخوض في البراهين **الفصل السابع في اقامة البراهين**

على ضروب الدعوى الاولى اذا كانت الدعوى الاولى

مرتبة فان اخرج الخط الموازي من الزاوية الاولى اعني زاوية المقدم جعلنا المتمم

سابقا على احدى النسبة الثانية ليحصل بينه وبين تاليهما مقدمها نسبة متساوية

للاولى

للاولى وبينه وبين تاليهما نسبة متساوية للموافقة وبذلك يتم البرهان

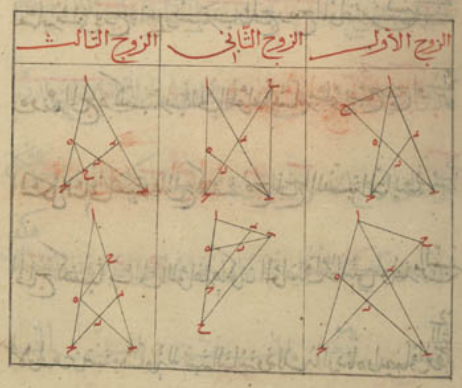
وان اخرج من الزاوية الثانية اعني زاوية التالي جعلنا المتمم لاحقا بحدى النسبة الاولى حتى يكون

النسبة بين تاليهما وبينه متساوية للثانية وبين مقدمها وبينه متساوية للموافقة وان اخرج من

الزاوية المشتركة جعلناه متوسطا بين حدي الموافقة حتى يكون نسبة مقدمها اليه متساوية للنسبة الاولى

ونسبة تاليهما متساوية للنسبة الثانية شاهد ليكن الدعوى ان نسبة ب د الى ح د المؤلفة من نسبة ب الى ح

ج الى ح د وهذا الدعوى هي المسماة بتفصيل بطلميوس فلكون مثلث ا ب ح المثلث المعتدل فهو دال الاشكال



فنقول ٣٦ فهي هذه الصورة زاوية ب هي الزاوية الاولى وزاوية ا هي الثانية وزاوية
ه هي المشتركة وفي الزوج الاول خرج الخط الموازي من زاوية ا ويجعل مستمم
النسبة هو ج ر في الشكل الاول وا ج في الشكل الثاني من هذا الزوج لاجل
تحتي النسبة الاولى فيصير هكذا

المقدم	التالي	المستمم
ب د	ه ر	ج ر
		ا ج

ويكون في الشكل الاول نسبة ر ه الى ا ج كنسبة ج ا الى ا ج او هي النسبة الثانية
لتشابه مثلثي ه ر ج ه ا ج ونسبة ب ا الى ا ج ر ه المؤلفة من نسبتي ب ا الى
ر ه و ر ه الى ا ج كنسبة ب د الى د ا المؤلفة لتشابه مثلثي ب د ج ج ا د وفي
الشكل الثاني نسبة ر ه الى ا ج كنسبة ه ج الى ا ج النسبة الثانية ونسبة ب د
الى ا ج كنسبة ب د الى د ا المؤلفة فيكون المؤلفة في الحالتين مؤلفة من النسبة
الاولى ومن نسبة متساوية للنسبة الثانية وذلك ما اردناه وايضا في الزوج الثاني

خرج

خرج الموازي من الزاوية الاولى وهي زاوية ب والمستمم في الشكل الاول هو ب
ج وفي الشكل الثاني هو ج د واذا جعلناهما سابقين على حدة النسبة الثانية صار هكذا

المستمم	المقدم	التالي
ب ج	ه ر	ا ر
ج د		

ويكون نسبة المستمم الى المقدم كنسبة ب ر الى ر ه التي هي النسبة الاولى اما
في الشكل الاول فلتشابه مثلثي ب ج ه ر ج ه واما في الشكل الثاني فلتشابه مثلثي
ه ب ج ه ر ج ويكون نسبة المستمم الى التالي كالنسبة المؤلفة اما في الشكل الاول
فلتشابه مثلثي ج ب ا ج ا د واما في الشكل الثاني فلتشابه مثلثي ا ب ج ا ج د
فاذن المؤلفة مؤلفة من نسبة مساوية للاولى ومن الثانية وذلك ما اردنا
وايضا في الزوج الخامس خرج الموازي من زاوية المشتركة والمستمم خط ا ج في الشكل
الاول وخط ا ج في الشكل الثاني واذا جعلناهما متوسطين في المؤلفة صار هكذا

المقدم	المستمم	التالي
ب د	ه ج	ا د
	ج د	

ويكون نسبة المقدم الى المتمم كالنسبة الاولى اما في الشكل الاول فلتشابه
مثلثي ب ي د ر ح ه واما في الشكل الثاني فلتشابه مثلثي ب ي د ر ح ه ونسبة
المتمم الى التالي كالنسبة الثانية اما في الشكل الاول فلتشابه مثلثي
ح ح ه ح ه د واما في الشكل الثاني فلتشابه مثلثي ا ه د ح ا ح ه فاذن النسبة
المؤلفة من نسبتين متساويتين للاولى والثانية وذلك ما اردناه
وهذه ستة براهين قامت على هذه الدعوى فان صارت الدعوى الاولى
مشوشة هكذا نسبة ب ي الى ي د مؤلفة من نسبة ب د الى د ح ومن نسبة
ح ه الى ه ر وكان الخط الموازي خارجا من الزاوية الاولى يجعل المتمم سابقا على
النسبة الاولى حتى يصير نسبته الى مقدمها كالنسبة الثانية والى الثاني
كالمؤلفة ويكون المؤلفة مؤلفة من نسبتين متساويتين للثانية ومن النسبة الاولى
وان كان الخط الموازي خارجا من الزاوية الثانية جعلنا المتمم لاحد النسبتين

الاولى

الاولى ايضا حتى يكون نسبة التالي اليه كالنسبة الثانية ونسبة المقدم اليه
كالمؤلفة وان كان خارجا من الزاوية المشتركة جعلنا احدى النسبتين الاولى
متوسطين بين حدي المؤلفة على الولاء حتى يحصل ثلث نسب وجعلنا المتمم
متوسطا بين حدي الثانية حتى يحصل نسبتان ويكون الاولى منهما
متساوية للاخيرة من الثلث التي بين حدي المؤلفة والاخيرة متساوية والاولى
منها وتبقى النسبة الاولى بينهما في المؤلفة بحالها وتتم البرهان هكذا مثاله

المقدم المتمم التالي
ح ه د ح ر ه

وجعلنا احدى الاولى متوسطين بين حدي المؤلفة صارت هكذا

مقدم المؤلفة مقدم الاولى تالي الاولى تالي المؤلفة
ب د ب د ا ح د ا

وكانت نسبة ب ه الى ب د كنسبة ه ح الى ر ه لتشابه مثلثي ب ي د ر ب
ح ه ونسبة ا ح الى ح د كنسبة ر ه الى ه ح لتشابه مثلثي ا ح ه ا ح د

اشان منهما مساويان للثانية وحدها والثالثة هي الاولى وحدها

مثلثي اح ماه ح فاذن يكون المؤلفة مؤلفة من ثلث نسب وذلك ما اردناه

وعلى ذلك فقس في ساير الاشكال وان انعكست النسبتان اعني الاولى

والثانية صارت الاحكام بعكس ما قلنا في المرتبة اعني ان كان الموازي خارجا

عن الزاوية الاولى جعلنا المستقيم سابقا على حدي الاولى وان كان خارجا

عن الزاوية المشتركة جعلناه متوسطا بين حدي المؤلفة كما كان في الاول

وان شوشنا مع الانعكاس ان كان الموازي خارجا عن الزاوية الاولى جعلنا

المستقيم سابقا على حدي الثانية وان كان خارجا عن الزاوية الثانية جعلنا

لاحقا بحدي الاولى وان كان خارجا عن الزاوية المشتركة جعلناه متوسطا

بين حدي الاولى وجعلنا احدي الثانية متوسطين بين حدي المؤلفة وعلى الجملة

يتعلق بالاول ما كان متعلقا بالثانية وبالعكس وعليك ايراد الامثلة

الفصل الثامن في اقامة البراهين على صحة الدعوى الثانية

اذا كانت

اذا كانت الدعوى الثانية مرتبة فان كان الخط الموازي خارجا من الزاوية

الاولى جعلنا المستقيم لاحقا بحدي النسبة الاولى وان كان خارجا من الزاوية

الثانية جعلناه سابقا على حدي الثانية وان كان خارجا من الزاوية المشتركة

جعلناه متوسطا بين حدي المؤلفة لستم البرهان على قياس ما تقدم وان كانت

الدعوى مشوشة وكان الموازي خارجا من الزاوية الاولى جعلنا المستقيم لاحقا

بحدي النسبة الاولى وان كان خارجا عن الزاوية الثانية جعلناه سابقا

على حدي الاولى ايضا وان كان خارجا من الزاوية المشتركة جعلنا المستقيم متوسطا

بين حدي الثانية وجعلنا حدي الاولى متوسطين بين حدي المؤلفة ويكون

الاولى والثانية من هذه الثلث متساويين للثاني والاول من قبيل الاثنين

اعني على الاضطراب وحكم الانعكاس على الترتيب والتشويش يكون مشابها

الاضطراب

لما تقدم ولا يطول الكلام بايراد الامثلة

الفصل التاسع في اقامة البراهين

فصل ضروب الدعوى الثالثة اذا كانت الدعوى المثالثة مرتبة فان كان الموازي

خارجا من الزاوية الاولى جعلنا حدي النسبة الثانية متوسطين بين حدي

المؤلفة والمتمم متوسطا بين حدي النسبة الاولى ويكون الاولى والاخيرة

من هذين متساويتين للاخيرة والاولى من تلك الثلث على الاضطراب وان

كان الموازي خارجا من الزاوية الثانية كان بالعكس اعني نجعل حدي النسبة

الاولى متوسطين بين حدي المؤلفة والمتمم متوسطا بين حدي النسبة الثانية

ويكون المساواة بين هاتين النسبتين وثنتين من تلك الثلث ايضا على

الاضطراب وان كان الموازي خارجا من الزاوية المشتركة امكن كلا الوجهين

ان اردنا جعلنا حدي النسبة الاولى بين حدي المؤلفة والمتمم بين حدي

الاولى ولكن يكون الاولى والاخيرة من الثلث النسب متساويتين

للاولى والاخيرة من النسبتين في كلا الوجهين على الانتظام ولنورد هاهنا

مثالا

مثالا لتكن الدعوى ان نسبة ب ه الى ه ح مؤلفة من نسبتي ا ه د ر و

ب ر ا ح ان جعلنا الركن المعطل ا ب او من يستثني ا د ه ر و من نسبتي

ا ب د ح ان جعلنا الركن المعطل ا ح برهانه ان جعلنا الركن المعطل ا ب

والمثلث ه ر ح والزاوية الاولى زاوية ه والزاوية الثانية زاوية ح والزاوية

المشتركة زاوية ر ولنورد الاشكال الستة الرابعة وهي هذه

نسبتي

اما فی الزوج الخامس الذی خرج فیه الموازی من زاویة ه اعنی الاول فاذا
جعلنا حدی الثانیة متوسطین بین المؤلفة صارت هکذا ب ه ب ا ح
د ح واذا جعلنا المتمم بین حدی الاولی صارت هکذا

ا ه ه ح د ح د ر

فکانت نسبة ب ه الی ب د کنسبة ه ح الی ه د فی الشکل الاول وکنسبة
د ح الی ه د فی الشکل الثانی ونسبة ا ح الی ه ح کنسبة ا ه الی ه ح فی الاول
وکنسبة ه ح ا ه الی ه د ح فی الثانی واما فی الزوج الثالث الذی خرج فیه
الموازی من زاویة ح اعنی الثانیة فاذا جعلنا حدی الاولی متوسطین بین
المؤلفة صارت هکذا ا ه ء ر ح واذا جعلنا المتمم متوسطا بین حدی
الثانیة صارت هکذا ب ر ح ح

ا ح فکانت نسبة ب ر الی ا ح فی الشکل الاول

او نسبة

او نسبة ب ر الی د ح فی الشکل الثانی کنسبة ه ر الی ه ح ونسبة ب ح
الی ا د فی الاول او نسبة د ح الی ا د فی الثانی کنسبة ب ه الی ا ه واما
فی الزوج السادس الذی خرج فیه الموازی من زاویتی ر المشترکة فان جعلنا
حدی الاولی بین المؤلفة صارت هکذا ب ه ا ه ه ر ه ح وجعلنا المتمم بین
حدی الثانیة صارت هکذا ب ر ح ح

ا ح وکانت نسبة ب ر الی ا ح فی الشکل
الاول والی د ح فی الشکل الثانی کنسبة ب ه الی ا ه ویستبان فی
الاول ونسبة ا ح بدل د ح فی الثانی کلتهما الی ا د کنسبة ه ر الی ه ح وان جعلنا حدی
الثانیة بین المؤلفة صارت هکذا ب ه ا ه ه ر ه ح وجعلنا المتمم
بین حدی الاولی صارت هکذا ا ه ح ح

د ر وکانت نسبة ب ه الی ب د کنسبة

الثاني ٤ الاول ٢ ١

اه الى اح في الشكل والى رح في الشكل ونسبة اد الى ده كنسبة اح في الشكل
الاول ورح في الشكل الثاني كلهما الى در وظهرات التساوي بين النسب في
الزاويتين الاولى والثانية كانت على الاضطراب وفي المشتركتين على
الانتظام وقس على ذلك ان كان المركز المعتل اد فان انعكست النسبتان
وجب ان يجعل حد الاولى متوسطين بين المؤلفة والمتمم بين حدي الثانية
عند خروج الموازي من الزاوية الاولى وحد الثانية بين المؤلفة والمتمم بين حدي
الاولى عند خروجه من الزاوية الاولى وحد الثانية بين المؤلفة والمتمم بين حدي
الاول عند خروجه من الزاوية الثانية والثاني كما كان حاله الاستوا وان
صارت الدعوى مشوشة فان خرج الموازي عن الاول والثانية جعلنا المتمم
بين حدي المؤلفة حتى يحصل نسبتان متساويتان للاولى والثانية في الزاويتين
الاولى على الاضطراب وفي الثانية على الانتظام وان خرج الموازي عن المشتركة

كان

كان الحال كما مر في المرتبة وان كانت مع التشويش منعكسة انعكس الاضطراب
والانتظام في الزاويتين المذكورتين ولا يطول الكلام بايراد الامثلة وههنا
قد تم الكلام في اقامة البراهين على جميع الدعاوي المذكورة

الفصل العاشر في حصر دعاوي هذا الشكل ونسبتها والبراهين عليها وفي علة

اقتصار بطلميوس على بيان ضربين من الدعوى الاولى فقط وضع بعض اهل
هذا العلم لكل ضرب من دعوى يتبع بالبرهان جدولا تثبت فيه النسب
الثمنية عشر المتلازمة التي يكون ذلك الضرب احدها وليس في ذلك
الاطناب فائدة ولذلك لم يشتغل بها اما في حصر الضروب فنقول
لما كانت الخطوط اثني عشر وكان لكل واحد منها الى كل واحد من خمسة
خطوط نسبة مؤلفة من نسبتين وكان لواحد من ذلك الخمسة في قوة
خطين لاشتمال تاليفه على نوعين متباينين كانت النسبة المؤلفة وحدها

بالفعل ستين وبالقوة اثنين وسبعين والمؤلفة منها مائة واربعة واربعين

والجميع مائتان واربعة اما الاثنتان والسبعون التي هي عدد المجموع يعني

عدد كل مؤلفة مع بسيطها فيتضاعف مرتين بالترتيب والتشويش و

عكسيها وتصير مائتين وثمانية وثمانين كل واحدة منها مشتملة على ثلث نسب

وعلى كل واحدة منها ست براهين ويكون عدد البراهين الفا وسبعمائة

وسبعا وعشرين ثم ان اردنا هذه الدعاوي والبراهين في الاشكال الاثني

عشر التي اعتبرها اهل هذا العلم صارت الدعاوي ٣٤٥٦

والبراهين ٢٠٧٣٦ وان اردنا في الاشكال الثمانية والاربعين

التي ذكرناها بحسب اعتبار الجهات صار عدد الدعاوي

١٣٨٣٤ وعدد البراهين ١٢٤٢٤٦

واذا جعل لكل نسبة لوازم من خمس وثلثين نسبة كما بينا في النسب المؤلفة

صارت

صارت الدعاوي ٤٧٦٦٤٣٤ كل واحدة مشتملة على

ثلث نسب وهذه النسب وان كانت متكررة مرات لكن اعتبارها من

حيث كونها ملزومة لاخرى غير اعتبارها من حيث كونها لازمة فانظر

في هذا الشكل الصغير كيف استلزمت جميع هذه النسب ذلك تقدير

العزيز العليم وقد اقتصر بطلميوس من جميع بيان هذه النسب على قسمين من

الدعوى الاولى احدهما يعرف بتركيب بطلميوس والآخر يعرف بتفصيله و

السبب فيه ان الواقف عليهما مع وقوفه على لوازم النسب المؤلفة يعرف

بثبوت باقي الضروب ولنعد لبيان ذلك الشكل ونقول دعوى تركيبه هي

ان نسبة ب ا الى ا د مؤلفة من نسبتي ب ه الى ه د ود الى د ا وفي هذه الصورة

الى الخط ا د هو الركن المعطل ومثلث ب ا د هو المثلث المعطل وبين النسبتين

الخطوط الستة الباقية وباعتبار لوازم المؤلفة يصير ثمانية عشر ضربا

يقع فيها النسب بين هذه الخطوط معلومة واذا جعلنا الركن المعطل خط

اب والمثلث المعطل مثلث ه ر ح كانت الصورة مثل الاول بعينه الا ان نقط

اليمين واليسار ه ح تبادلت ويصير بعينه البيان الاول ثماني عشر نسبة اخر معلومة

وايضا دعوى تفصيله هي ان نسبة ب د الى ح ا مؤلفة من نسبتي ب ا الى ر ك

و ه د الى ه ا وفي هذه الدعوى يكون خط ه د الركن المعطل ومثلثا ه

ب المثلث المعطل ويصير بيانه الذي ذكرنا ثماني عشر نسبة آخر معلومة

وان جعلنا خط ه ب الركن المعطل ومثلث ا ه ح المثلث المعطل كانت الصورة

مثل الاول الا ان النقط التي في الجانبين تبادلت ويصير بعينه البيان الاول ثمانية

عشر نسبة اخر معلومة ويكون جميع النسب المعلومة مائتين وسبعين ويصير باعتبار العكس

والخلاف اربعة اضعافه ولما كانت الاركان اربعة وكذلك المثلثات وقد تبينت النسب

الاولى

فيها

فيها على تقدير تعطيل كل ركن ومثلث كان ما ذكر مع العلم بجواز النسب المؤلفة كما فعلنا

في هذا الباب فلا وشتمال هاتين النسبتين على جميع النسب بالقوة اقتصر بطلميوس

على بيانهما لا لعدم احتياجه الى غيرهما من النسب فانه استعمل في النوع الحادي عشر

من المقالة الثانية من كتاب المجسطي كون نسبة ر د الى ه ب مؤلفة من نسبتي ر د الى ح د

و ح ب الى ا ب وفي النوع السادس من المقالة الثالثة كون نسبة ا ب الى ب ه مؤلفة من نسبة

ا ه الى ه د ونسبة ر د الى ح د من غير تقديم بيانهما فهذا ما عندي في هذه المواضع

الفصل الحادي عشر في النسب البسيطة الواقعة في هذا الشكل

النسب البسيطة يقع في هذا الشكل

بشرط تساوي جزئين من جزئين في النسبة المؤلفة كما قد تبين في المقالة الاولى ويعيد الشكل

لحصرها وقول قد تبين مما قرر ان كل واحد من الخطوط الاثني عشر الواقعة في الشكل يشارك خمسة من

الخطوط في النسبة ويكون احد تلك الخطوط في الفوق كخطين وفي كون المشاركة له مع ستة والاثنا عشر في

الستة الباقية يكون فالنسب البسيطة يقع عند تساوي جزئين منها لكن الخط لا يمكن ان يساوي جزئين والجزء لا يمكن

العدد	الخطوط المتشاركة		الخطوط المتناسبة					
ا	ا	ه	ز	ز	ز	ا	ه	ح
ب	ا	ب	ه	ا	ز	ح	ب	ح
ج	ا	ب	ح	ا	ز	ه	ح	ه
د	ا	ز	ز	ز	ح	ه	ا	ه
ه	ا	ز	ب	ا	ح	ه	ا	ب
و	ا	ز	ح	ز	ب	ه	ح	ب
ز	ا	ح	ب	ا	ب	ح	ه	ح
ح	ا	ز	ح	ا	ب	ز	ح	ح
ط	ا	ه	ب	ز	ح	ه	ب	ح
ى	ب	ب	ح	ا	ح	ه	ا	ح
يا	ب	ب	ح	ز	ا	ه	ح	ه
يب	ب	ب	ح	ا	ز	ه	ز	ب
يج	ب	ح	ه	ز	ا	ح	ب	ب
يد	ح	ح	ا	ه	ز	ب	ب	ح
يه	ح	ا	ه	ه	ز	ب	ز	ح
يو	ح	ا	ب	ز	ب	ه	ز	ا
يز	ا	ه	ح	ا	ز	ح	ز	ب
يح	ا	ه	ز	ح	ز	ب	ب	ز
يط	ا	ب	ا	ح	ب	ح	ه	ب
ك	ا	ب	ح	ز	ب	ح	ا	ب
كا	ه	ح	ب	ا	ز	ب	ب	ز
كب	ه	ح	ب	ا	ب	ز	ب	ز
كج	ب	ح	ز	ب	ز	ا	ه	ا
كد	ا	ب	ز	ز	ح	ا	ب	ا
كه	ب	ب	ز	ز	ا	ح	ه	ا
كو	ب	ز	ب	ز	ا	ه	ح	ا
كز	ب	ز	ح	ا	ز	ب	ز	ح
كح	ب	ز	ح	ا	ز	ح	ا	ح

ان يساوي كله والاركان اربعة ولكل واحد جزآن فتسقط لاو متناعين المذكورين

ستة عشر من جملة ذلك سبعة وخمسون ولكون حكم المساواة في الجانبين

واحدا اعني كون خط مساويا لآخر هو كون ذلك الآخر متساويا لهذا يكون باعتبار

المساواة بين ثمانية وعشرين لثمانية وعشرين كائنا فاذن في ثمانية وعشرين صورة

تتناسب اربعة خطوط وقد وضعناها في جدول هو هذا ثم اذا اعتبر عكس هذه النسب

وتركيبها وتفصيلها وابدالها وقلبها وغير ذلك من لوازمها صارت النسب كثيرة

ولنختم الكلام في القطاع السطحي ههنا وبالله التوفيق

المقالة الثالثة

في مقدمات الشكل الموسوم بالقطاع الكري وفيها الاثنى فوايد الشكل الآتي

ثلثة فصول

الفصل الاول في مقدمات الشكل الموسوم بالقطاع الكري

اذا اتصلت قوسان مختلفان من دايرة واحدة على نقطة وكان كل واحدة اصغر

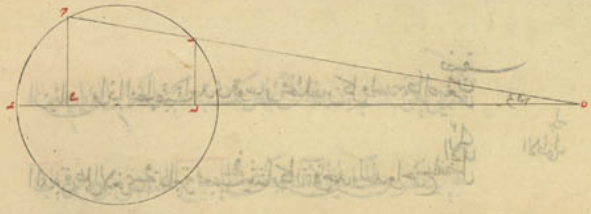
من نصف الدايرة فان القطر المار بنقطة الاتصال يقسم وتر مجموع القوسين الى

فنبين بكون نسبة احدهما الى الآخر كنسبة جيب القوس التي يليه الى
جيب القوس التي يلي الآخر فليكن قوسا اب اج المختلفين من دايرة اب د
متصلين على نقطة اب وب ج وتر مجموعهما وا ه القطر المار بنقطة ا وقد قسم
وتر ب ج على ه بقسمي ب ه ه ج اقول فنسبة ب ه الى ه ج
كنسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا د برهانه

يخرج عمودي ب ه د ج على قطر ا ه ولا شك انهما عمودا القوسين فيكون مثلثا
ب ه د ج ه د الحادثتان متشابهتين لتساوي زاويتي ه المتقابلتين وكون
زاويتي ج ح قائمتين واذن نسبة ب د الى د ج كنسبة ب ه الى ه ج وذلك ما

اردناه

اردناه واذا انطبقت احدى قوسين مختلفين كل واحد منهما اصغر من نصف
الدايرة على الاخرى في دايرة صحيحة في يتشاركان في حد واحد واخرج الفضل الاول
منهما على الاقصر وتر فاذن في القطر المار بالحد المشترك بعد اخراجهما كانت
نسبة ما يقع بين طرفي كل قوس وبين الوتر احدهما الى الآخر كنسبة جيبي القوسين
النظير الى المنظير فليكن قوسا اب اج المختلفين المتشاركين في حد المنطبق
احدهما على الاخرى في دايرة ا ب ج والفضل بينهما ب د وليخرج وتر ب ج و
نظيره ا د الى ان يتلاقيا على ا اقول فنسبة ب ه الى د ه كنسبة جيب قوس
اب الى جيب قوس اج برهانه يخرج عمودي ب ه د ج على قطر ا ه فيكونان
جيبي قوس اب اج ويكون مثلثا ه ح د ه ر ب متشابهين لاشتراك زاوية



وتساوي قائمتي ع ح فاذن نسبة ب ه الى د ه كنسبة ب ز الى ح ح الجيبين

وهكذا — وذلك ما اردناه وهذا الحكم ان كانت المدار فاما بين الوتر والقطر في جهة واحدة على

هذه الصورة اما اذا كان وتر الفصل موازيا للقطر كان جيبا القوسين اعني عدوي

ب ز ح ح

ووقوعهما — ب ه د ح متساويين لتوازيهما ووقوعهما بين خطين متوازيين وكون الاضلاع

المتقابلة من المسطوح المتوازية الاضلاع متساويين ولتساوي الجيبين يكون كل

متساويين — المتوازية

واحد من القوسين مساويا لتمام الاخرى من نصف المدار فيكونان في حكم

المتساويين ونظير هذه الصورة من الشكل الاول ان يكون مجموع القوسين المتصلين

نصف

نصف الدور فان وتر المجموع ح يكون ايضا قطرا وتقاطع القطر الاول

عند المركز ويكون كل قوس من تمام الاخرى من نصف الدور وانما اشترطنا في

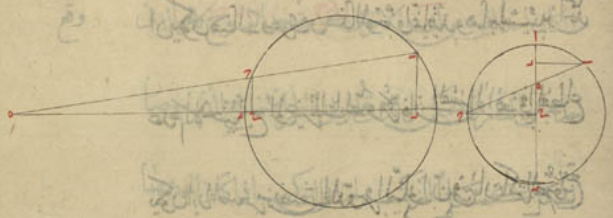
الدعوى الاختلاف القوسين لانهما اذا تساويا في الشكل الاول انطبق جيباهما — جيباهما

على الوتر وفي الشكل الثاني انطبق الجيب على الجيب ولم يكن الدعوى محتاجة

ولا محتاجا الى البيان ويمكن ان يقرر الشكلان بدعوى وبرهان واحد بان يقال قوسا ب ح

اد المختلفتان من كل دائرة اب د اشتركا في احد حديهما وهو او اختلف حداهما الاخر وهما ب د

وقد التقى وترب د قطراه د على نقطة ه ولقول نسبة ب ا ه د كنسبة جيب قوس ب ا جيب قوس د ه



يخرج عمودي ب د ج على وتر ا ب فهما الجيبان ويحدث مثلثات

ب د ه ح متشابهتين لتساوي زاويتيه منهما وكون زاويتي ح قائمتين

فاذن نسبة ب ا الى ب د كنسبة ب د الى ب ح وذلك ما اردناه وظاهر

ان التفاوت بينهما هو التفاوت الراجع الى التفصيل والتركيب

واعلم ان تقييد الدعوى بكون كل واحد من القوسين اصغر نصف دائرة

ليس بواجب فان الدعوى مطلقة صحيحة اذا كان للقوس جيب اما اذا لم

يكن لهما او لاحدهما جيب بان يكون نصف دور او دورا تاما فلا يمكن

ان يكون هناك دعوى من هذا الوجه وانما قيدوها بالشيئين احدهما

عدم الاحتياج الى غير تلك الصورة فان الشكل الواقعة في القطاع

يكون ابدا اصغر من نصف الدور والثاني ان في بيان اكثر الصور يقع

اختلاف وذلك ان هذين القوسين اما ان يكونا اصغر والاخرى نصف الدور

او يكون

من

تاما

من نصف الدور او يكونا نصفي الدور او يكونا اعظم من نصف الدور او يكون احدهما اصغر صح

او يكون احدهما اصغر والاخرى اعظم او يكون احدهما نصف الدور

والاخرى اعظم وهذه ستة اقسام اما الاول فقد مر بيانه واما الثاني

فلا يمكن وقوع هذا الدعوى فيه واما الثالث فراجع الى القسم الاول

لانا اذا فرضنا في الصورة المذكورة القوس الاولى قوس ا ج والقوس

الاخرى قوس ا ب كان الشكل والبيان ما تقدم ذكره واما

الرابع فحكمه حكم الثاني وكذلك السادس واما الخامس فيصير

فيه شكلا التفصيل والتركيب متبادرين فان في التفصيل

اذا كان احد القوسين ا ب والاخرى ا د وقد حد ا ب و ح لا محالة في

احد جانبي القطر ولا يمكن ان يلاقي الوتر القطر الا خارج الدائرة وصار

الشكل كشكل التركيب واما في التركيب اذا كان احدهما

ا ب والاخرى ا ج وقع الحدان في جانبي القطر في الداخل فصار الشكل

متبادرين

وقع

ولا فالوتر القطر صح

كشكل التفصيل وهنا تمام الكلام فيه **الفصل الثاني في معرفة**

اضلاع المثلثات وزوايا بعضها من بعض كل ضلع من

مثلث مستقيم الاضلاع يحيط به دائرة يكون وتر القوس يقع زاويتين من

زوايا المثلث على تلك القوس ولذلك يعبرون عن ذلك الضلع بانها وتر

تلك الزاوية والمراد وتر قوس تلك الزاوية ولكون الزوايا في التناسب

كالقسي التي يقع عليها تلك الزوايا اقاموا القسي في المقادير مقام

الزوايا فيقولون لكل قوس مقدرة انها مقدار الزاوية التي يقع عليها

ومحيط الدائرة كلها يكون مقدار ثلث زوايا من كل مثلث يحيط

تلك الدائرة والجمهور من المنجمين قسموا كل محيط بثلثمائة وستين

جزءا والقطر ثمانية وعشرين جزءا ماخذا بالاحتياط البيروني البيروني

في هذه الصناعة وانه قسم القطر بجزئين هما مائة وعشرين دقيقة وقد

بالعدد

بالعدد لقسمة غيره وجعلوا تلك الاجزاء معيارا لتقديرها وبتنوع تلك

طرق معرفة القسي والاوتار والجيوب بعضها من بعض يجب الاصول بحسب

الهندسية كما ذكر في صدر المجسطي وغيره من الكتب وبعد تقديم

هذه المقدمات نقول كثيرا ما يقع في الاعمال النجومية وفي الاشكال

التي يقصد بها الاحتياج الى معرفة مقادير اضلاع المثلثات المستقيمة

الخطوط وزواياها من بعضها بعض ولا بد في ذلك من كون البعض

معلوما حتى يمكن معرفة البعض الآخر منه ولذلك قوانين مبنية اما

على اوتار القسي او على جيوبها ولهذا بما يكون مبنيا على الاوتار وبالمثلث ولنبدء

القائم الزاوية فنقول ان كان المعلوم منه ضلعا واحدا فقط لم يمكن

ان يعرف منه غيره فاذن يجب ان يكون المعلوم اما زاوية غير القائمة

واما ضلعين واما ضلع وزاوية غير القائمة وهذه ثلث مسائل الاولى المسئلة

ان يكون المعلوم اما زاوية غير القائمة ومنها يصير الباقية معلومة لانها تكون

تمام المعلومة من نصف الدور واما القائمة بمقدارها نصف الدور ايضا

ويصير من ذلك المثلث معلوم الصورة اى مقدم الزوايا ونسبة بعضها

المسئلة الى بعض ولا يصير مقادير اضلاعها معلومة الثانية ان يكون المعلوم من

ضلعين ويعرف منهما الضلع الثالث بان يؤخذ جذر مجموع مربعيهما

ان كان الثالث وتر القائمة او جذر فضل مربع احدهما الى الآخر ان لم يكن

واذا عرفت الاضلاع عرف الزوايا منها ولكن المثلث اب ج ولتخط

ل

فنسبة اج وتر القائمة الى اب

د اين فنسبة اج الى وتر اب وتر القائمة بالمقدار المعلوم كنسبة مائة وعشرين

جميع القطر الى اب بالمقدار الذى به القطر مائة وعشرون واذا عرفنا اب بذلك المقدار عرفنا منه

قوس

اب

قوس اب وهى مقدار زاوية اب ويكون ما بقى بعد نقصانها من نصف

الدور مقدار زاوية ب

المسئلة الثالثة ان يكون المعلوم ضلعا وزاويتين من

الزاوية نصير الزاوية الباقية معلومة ويكون اوتار الزوايا اعنى اضلاع

المثلث بالمقدار الذى يكون به وتر القائمة اعنى القطر مائة وعشرين و

يكون نسبة الضلع المعلوم الى ضلع آخر كنسبة وتر الزاوية التى

يوترها الضلع المعلوم الى وتر الزاوية التى يوترها الضلع الآخر

بالمقدار الذى يكون به وتر القائمة مائة وعشرين فبذلك تصير الضلع

الآخر معلوما وكذلك فى الضلع الثالث واما فى سائر المثلثات فان

كان المعلوم ضلعا واحدا او ضلعين او زاوية واحدة فقط لم يصر شيء

غير ذلك منها معلوما فاذن يجب ان يكون المعلوم اما زاويتين او زاويتين

وضلعا او زاوية وضلعين او ثلثة اضلاع وهذه اربعة مسائل الاولى

المسئلة

كتابخانه مجلس شورای ملی

ان يكون المعلوم زاويتين ويعرف منهما الزاوية الباقية لانها يكون
تمام مجموعهما من الدور ثم يصير الاوتار من الزوايا معلومة بالمقدار الذي
به القطر مائة وعشرين وح يصير المثلث معلوم الصورة ولا يعرف منه مقادير
المسئلة الاضلاع الثانية ان يكون المعلوم زاويتين وضلعا ويصير الزاوية الباقية
معلومة ويصير الاوتار الثلثة معلومة ويكون نسبة وتر الزاوية التي يوترها
الضلع المعلوم الى وتر زاوية اخرى بالمقدار الذي به القطر مائة وعشرين
الاخرى كنسبة الضلع المعلوم الى الضلع الذي يوتر الزاوية الاخرى ويصير
المسئلة ذلك الضلع معلوما وبمثله يصير الضلع الباقي معلوما الثالثة ان يكون
المعلوم زاوية وضلعين فان كانت الزاوية موترة بالحد الذي كانت نسبة
الضلع الذي يوتر الزاوية المعلومة الى الضلع الاخر كنسبة وتر الزاوية المعلومة
الى وتر الزاوية الاخرى بالمقدار الذي به القطر مائة وعشرين فيصير وتر الزاوية

الاخرى

الاخرى ثم قوسها ثم الزاوية الباقية معلومة ومنها يصير الضلع الباقي
معلوما وان كانت الزاوية متخللة بين الضلعين كزاوية ا بين ضلعي
ا ب ا د اخرجنا من ب على ا د عمود ب ج فيحدث مثلث ا ب ج القائم الزاوية

وعرفنا فيه من زاوية ا وضلع ا ب ضلعي ج ا و ب ج معلوما ويعرف من
ب ج د ضلع ب ج هو زاوية د كما مر الرابعة ان يكون المعلوم اضلاع المثلث المسئلة
الثالثة وليكن المثلث ا ب ج فيستخرج اولا عموده على جادة الحساب بان الثلاثة الحساب
يؤخذ الفضل بين مربعي ب ا ب د مثلا وبين مربع ا د ويقسم على ضعف ب د

فما خرج فهو ما بين زاوية ا وموقع العمود الخارج من ب على ا د نأخذ جذره يصل
ا ب عليه

ربع اب حلقة فهو العمود ويحدث من العمود ومن ضلعي اب اد وما يكون بين

موقع العمود وبين زاويتي ب ج مثلثان قائما الزاوية فتعرف زواياهما وتعرف

منها زوايا مثلث اب د فهذا بطريق القسي والاوتار اما بطريق الجيب

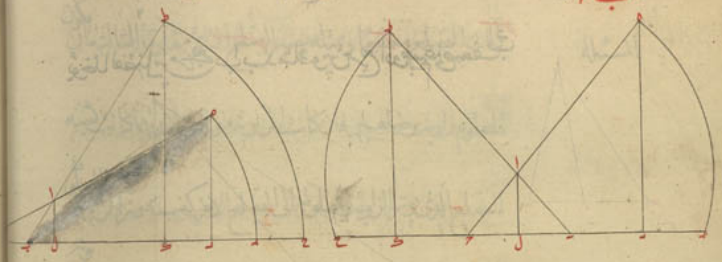
والجيوب فلنقدم لها مقدمة وهي ان نقول نسبة كل ضلع من مثلث الى ضلع آخر منه

كنسبة جيب الزاوية التي يوتر هما الضلع الاول الى جيب الزاوية التي يوترها الضلع الثاني فليكن

المثلث اب ج برهانه نخرج ب د الى ان يصير د ج سنتين ونرسم على مركز د وبعد د ج قوس ج ه ونخرج

الى ان تلقاها على ه ونخرج من ه عمود ه ط ج فهو جيب زاوية د ب ج وايضا نخرج ب ج الى ان يصير ج ح سنتين ونرسم

نقول فنسبة ضلع اب الى ضلع اج منه كنسبة جيب زاوية اجب الى جيب زاوية ابج



على مركز ب ونبعد ب ج قوس ج ط ونخرج ب ا الى ان يلقاها على ط ونخرج من ط

عمود ط ك على ب ج فهو جيب زاوية ا ب ج ونخرج من ا على قاعدة ب د عمود ا ل

فلتشابه مثلثي ا ب ل ط ب ك يكون نسبة ا ب الى ا ل كنسبة ط ب نصف القطر الى

ط ك ولتشابه مثلثي ا ج ه ر د يكون نسبة ا ج الى ا د كنسبة ه ر الى ه ج نصف القطر

بل الى ط ب فبالمساواة المضطربة نسبة ا ب الى ا د كنسبة ه ر جيب زاوية

ا ج ب الى ط ك جيب زاوية ا ب ج وذلك ما اردناه وبوجه آخر نخرج عمود

ا ه على ضلع ب ج ونخرج ا ب د الى ان يصير ا عند نقطة ه ر سترا اعني نصف القطر

بقدر ستين ستين

ونرسم قوس ر د ح ونخرج عمود ا د الى ح ونخرج عمود ه ط ر ك على خط

ا ج ونقول لما كانت في مثلث ا ب د زاوية د قائمة كانت زاوية تمام زاوية ب

ا من قائمة وعموده ط جيب زاوية ا وخط ط ا جيب زاوية ب وايضا في
مثلث ا ه د يكون زاوية د ه تمام زاوية ا من قائمة وعموده ك د جيب زاوية
ا وخط ك ا جيب زاوية ح ب ولتشابه مثلثي ا ب ه ا ه ط يكون نسبة ا ب
الى ا ه كنسبة ا ه نصف القطر الى ا ط وايضا لتشابه مثلثي ا د ح ا ك د يكون
نسبة ا ه الى ا د كنسبة ا ك الى ا ح نصف القطر بل ا ه فبالمساواة المنتظمة
نسبة ضلع ا ب الى ضلع ا د كنسبة ك ا الذي هو جيب المقدمة لما
كانت الزوايا زاوية ح الى ا ط الذي هو جيب زاوية ب وذلك ما اردناه
وبعد تقديم هذه المقدمة نقول لما كانت الزوايا المحيطة انصاف
الزوايا المركزية اذا كانتا على قوس واحدة كان نصف المحيطية مقدار
المركزية المساوية لها ولذلك يكون مقدار القائمة الكائنة على المركز
ربع الدور ومقدار جميع زوايا المثلث نصف الدور والجيوب انصاف

الاوتار

الاوتار واذا استعملنا الجيوب في مقادير الزوايا بدل الاوتار يكون
الزوايا مركزيات واذا كان مثلث قائم الزاوية وعرفنا الضلعين وحصر بطريق
الجيوب كانت نسبة وتر القائمة الى ضلع اخر كنسبة نصف القطر الى
جيب الزاوية التي يوترها ذلك الضلع الاخر ومن الجيب يعلم الزاوية معلومة
وان كان المعلوم منه ضلعا وزاوية عرفنا الزوايا وكانت نسبة جيب
الزاوية التي يوترها الضلع المعلوم الى جيب زاوية اخرى كنسبة الضلع
المعلوم الى الضلع الذي هو وتر للزاوية الاخرى فتصير الاضلاع اما معلومة
في ساير المثلثات فان كان المعلوم زاويتين وضلعا عرف الضلعان
الباقيان بما ذكرناه في القائم الزاوية وان كان ضلعان وزاوية فان
لم يكن الزاوية بينهما كانت نسبة الضلع الى الاخر كنسبة جيب الزاوية
المعلومة الى جيب الزاوية التي يوترها الضلع الاخر واذا عرفت الزوايا عرف

الضلع الباقي وان كانت الزاوية التي يوترها الضلع متخالفة كان حكمها كما مر

وان كان المعلوم هو الاضلاع الثلث استخرج العمود بمثل ما مر ثم تعرف

الزوايا بمثل ما يعرف به في القائم الزاوية ولنختم الكلام في المثلثات ههنا

الفصل الثالث في بعض القوانين التي لا بد منها في ابدائه

الشكل القطاع الثاني اذا اتصلت قوسان مختلفتان من دايرة على نقطة

مجموعهما معلوم وكانتا معا اقل من نصف محيطها وكانت نسبة جيب

احديهما الى جيب الاخرى معلومة كان كل واحدة منهما معلومة فليكونا قوسي

اب اد المتصلتين على ا وليكن مجموع ب اد وهو اب د معلوما وهو اقل من

نصف الدايرة وليكن نسبة جيب قوس اب الى جيب قوس اد معلومة

اقول فكل واحدة من قوسي اب اد معلومة برهانه

يخرج و تر ب د معلوما ولكون نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا د معلومة

وقطر ا د متقاطعان على ه فمن المركز

وهو نقطة ر عمود ر ح على ب ح فيصل

ب ر فلكون قوس ب ا ح معلومة

يكون وتر ب ح ه ح

يكون

يكون نسبة ب ه الى ه د معلومة فليكن كنسبة ط ك الى ك ل ونسبة

ب ح الى ب ه كنسبة ط ل الى ط ك فب ه معلوم وه د معلوم وكان

ب ح نصف ب د معلوما فيه ف ه ح معلوم ود ح جيب تمام نصف

قوس ب د معلوم ففي مثلث ه د ح القائم الزاوية ضلعاه ح ر

المحيطان بالقائمة معلومان فزاويته ر ح معلومة وزاوية د ح ا التي

هي بقدر نصف قوس ب اد معلومة فزاويتي ب ر ا الباقيتين معلومة وهي قدر

قوس ب ا فقوس ب ا معلومة ايضا وذلك ما اردناه وايضا اذا

انطبقت في دايرة قوس على اخرى غير متساويتها وكان مبدأهما نقطة

واحدة وكانت كل واحدة منهما اصغر من نصف المحيط وكان فضل احديهما

على الاخرى معلومة ونسبة جيب احدهما الى جيب الاخرى معلومة كان

كل واحدة منهما معلومة فليكونا في دائرة ا ب ج وقوسي ا ب ا ج احدهما الى جيب الاخرى

معلومة معلومة اب اد اللتين مبدأهما واحد ولتكن قوس ب د الفضل بينهما ونسبة

جيب اب الى جيب اد معلومة اقول فكل واحدة من قوسي اب اد

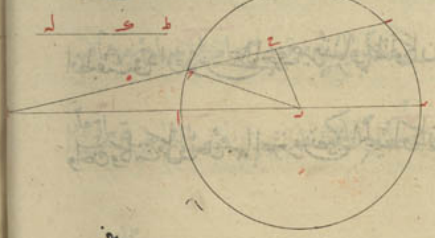
نصل معلومة برهانه فصل قطر اه ونخرجه ونخرج وتر ب د الى ان يتلاقيا على

بينهما ه ونخرج من المركز عمود ح على اب د ونصل د ز فلكون ب د وتر الفضل

معلوما فنصف ح د معلوم ولكون نسبة جيب اب الى جيب اد معلوما

فنسبة ب ه الى د ه معلومة وليكن كنسبة ط ك الى ك ل ونسبة

ب د الى د ه كنسبة ط ك الى ك ف ه معلوم و د ه معلوم وكان ح د معلوما



فح ه معلوم وح ر جيب تمام نصف ب د معلوم فهو مثلث ح ر ه القائم

الزاوية ضلعا ح ر ح ه معلومان فزاوية ح ر ه معلومان فزاويتي ح ر ه

معلومة وزاوية ح ر د التي هي بقدر نصف قوس ب د معلومة فزاوية د ر ا

معلومة وهي بقدر قوس ا د فهي معلومة وقوس اب معلومة وذلك ما

اردناه وظاهر ان جيب اب ان كان اعظم من جيب اد كان الالتقا

في جهة ا وان كان اصغر منه كان الالتقا في جهة د وان كان مساويا له

كان الوتر موازيا للقطر مواءمة العمل الاول مجردة عن البرهان

يضرب جيب نصف مجموع القوسين في مقدم النسبة المعلومة او

خط ح

في تاليها ايهما كان اعظم ويقسم الحاصل على مجموع مقدمها وتاليها

ويضعف الخارج من القسمة وينقص منه جيب نصف مجموع القوسين

خط ح

فما بقي نسميه المحفوظ ثم ناخذ جذر مجموع مربع المحفوظ ومربع جيب تمام

خط ح

خط ر

نصف مجموع القوسين من الربع ويضرب المحفوظ في ستين ويقسمه

على ذلك الجذر فما خرج بقوسه في جدول الجيب ويزيد ذلك القوس على

نصف مجموع القوسين فما حصل فهو القوس الكبرى وينقصها

منه فما حصل فهو القوس الصغرى وذلك ما اردناه وانما يتم

هذا العمل اذا كان مجموع القوسين اقل من نصف الدور ونقضا كل

واحدة منهما من نصف الدور فما بقيت من القوس الصغرى كانت

هي القوس الكبرى وما بقيت من الكبرى كانت هي الصغرى

وحصل المط وان كان مجموع القوسين نصف الدور او الدور كله لم يمكن

معرفة القوسين بهذا الوجه موامرة العمل الثاني مجردة عن البرهان

يضرب جيب نصف التفاضل بين القوسين في مقدم النسبة

المعلومة او تاليها ايهما كان اعظم ويقسم الحاصل على الفضل بين المقدم

والتالي

والثاني ونصف ما خرج من القسمة وينقص منه جيب نصف التفاضل

بين القوسين منه فما بقي نسميه بالمحفوظ ثم ناخذ جذر مجموع مربع المحفوظ

ومربع جيب تمام نصف التفاضل بين القوسين من ربع الدور ويضرب

المحفوظ في ستين ويقسم على ذلك الجذر فما خرج بقوسه من جدول الجيب

ويزيد على ما خرج نصف التفاضل بين القوسين فما بلغ فهي القوس الكبرى

وتنقصه منه ايضا فما بقي فهي القوس الصغرى ويحصل المط وهذا العمل

انما يتم ههنا اذا كان جيب القوس الكبرى اعظم من جيب القوس الصغرى

اما ان كان جيب القوس الكبرى اصغر وجيب القوس الصغرى اكبر

اخذنا تمام كل منهما من نصف المدور فيكون تمام الكبرى هي القوس الصغرى

وتمام الصغرى هي القوس الكبرى وتم العمل وان تساوى الجيبان

اعني يكون مقدم النسبة وتاليها متساويين لم نحتج الى هذه الاعمال

بل اخذنا نصف تمام التفاضل من نصف الدور فيكون هو القوس الصغرى

وتمامها من نصف الدور هي القوس الكبرى **وجه الامر الى نصير بن عراق**

نرسم دائرة ونقدر ان قوسي اد دب منها ضعفا القوسين المجهولتين فضل

احدهما على الاخرى وهو نصف قوس اب ونسبة جيبهما معلومتان

ونصل اوتار اب دح فيكون وتر اب الذي هو وتر ضعف مجموع القوسين

او وتر ضعف فضل احدهما على الاخرى معلوما ووتر اد دب اللذان

هما وتر اضعف قوسين مجهولين يخرج من نقطة ب على

وتر اد عمود بز ولا يخ وقوعه من خمسة اوجه ١ اما ان يقع خارج المثلث

من جهة ا واما ان ينطبق على با واما ان يقع داخل المثلث واما ان

ينطبق على بد واما ان يقع خارجا من جهة د ر وعلى التقديرات يكون

في مثلث بزد القائم الزاوية ضلعا ب ز د ر بالمقدار الذي يكون بح

اللبن مجموعهما ونسبة جيب احدهما الى جيب الاخرى معلوم فتار الطاق هي اد حج ضعفا القوسين اللبن

اب بح حا

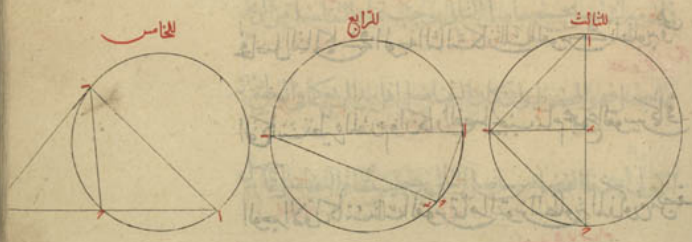
شيء

سنين معلومين ولكون نسبة ب د الى اد معلومة يكون اد بذلك

المقدار ايضا معلوما فيكون اء معلوما فيصير ب د بالاعتبار الذي

اب وتر معلوم معلوما ويصير من وتر ب ح معلوما فيحصل منها المطلوب

قوس ب د



مواردة العمل الاول بهذا الوجه يضرب ثاني النسبة المعلومة في

نطر حط اح

ستين ويقسمه على المقدم فما حصل سميناه حاصل الثاني فان كان مجموع

نصف القطر وهو بح نطر حط ور حط اح على ار بح ستون

القوسين اصغر من الربع كما في الوجه الخامس بين حاصل التالي على جيب
نصف قوس اجد حط اح
تمام مجموع القوسين من الربع ويسمى المبلغ بالمحفوظ وان كان مجموع القوسين اكثر
حط جد حط اد قوس اجد
من الربع كما في الوجوه الاول والثاني والثالث ناخذ الفضل بين حاصل جيب
حط اح
تمام مجموع القوسين من الربع فما حصل فهو المحفوظ ثم نجمع مربع المحفوظ
حط جد حط اد حط اد
ومربع جيب مجموع القوسين ونأخذ جذره ونقسم ما حصل من ضرب جيب
حط اد حط اب على اب ح ستون
مجموع في ستين عليه فما خرج بقوسه في جدول الجيب وينظر ان كان الفضل
از على از نصف القطر جيب زاوية ا
حاصل التالي كما في الوجه الثالث كان تلك القوس هي المطلوبة وهي
نصف قوس ب ح
التي كانت نظيرة المقدم وان كان الفضل الجيب تمام مجموع القوسين كما في
الوجه الاول كانت تلك القوس تمام القوس المطلوبة المذكورة من نصف
نصف قوس ب ام
الدور وان تساويا كما في الوجه الثاني كانت القوس المطلوبة التي هي نظيرة
نصف ح
للمقدم ربعا للدور وان كان مجموع القوسين ربعا للدور كما في الوجه الرابع
قوس اجد

ناخذ

ناخذ جذر مجموع مربعي المقدم والتالي ونقسم الحاصل من ضرب المقدم
نطر حد نطر اح
في ستين على ذلك الجذر فما خرج بقوسه في جدول الجيب ليكون القوس
نصف القطر نطر اب
الخارجة هي المطلوبة التي هي نظيرة للمقدم وذلك تمام العمل
نصف ح

موامرة العمل الثاني نضرب تالي النسبة المعلومة في ستين
نطر حط اح نصف القطر هو ح
ونقسم على المقدم بشرط ان يكون المقدم هو الذي يكون نظيرا للقوس الصعودي
نطر حب
فما حصل فهو حاصل التالي ان كان تفاضل القوسين اكثر من الربع كما
اح على اب ح ستون نصف قوس اب
في الوجه الخامس بجمع حاصل التالي وجيب تمام التفاضل من الربع
حط اح حط جد
فما حصل فهو المحفوظ وان كان التفاضل اقل من الربع كما في الوجوه الثلثة
نصف قوس اب
الاولى اخذنا الفضل بين حاصل التالي وجيب تمام التفاضل فما حصل
حط اح حط جد
فهو المحفوظ ثم نأخذ جذر مجموع مربع المحفوظ ومربع جيب التفاضل و
حط اد حط اد حط جد
نقسم الحاصل من ضرب جيب التفاضل في ستين على ذلك الجذر
حط اب على اد ستون حط اد

فما خرج فهو جيب بقوسه فهو اما القوس المطلوبة التي هي نظيرة وهي القوس
حسه ا ا ا نصف قوس ح
الصغرى وذلك في الوجه الثالث الذي ان كان فيه الفصل فحاصل التفاضل
واما تمام القوس الصغرى من نصف الدور وذلك في الوجه الاول الذي
نصف قوس ب ا ح
يكون فيه الفصل لجيب تمام التفاضل اما ان تساوي حاصل التفاضل
وجيب تمام التفاضل كما في الوجه الثاني كانت القوس الصغرى النظيرة
نصف قوس ح
للمقدم دفعا للدور وان كان تفاضل القوسين رفعا للدور كما في الوجه
نصف قوس ب ا ح
الرابع فاخذ جذر مجموع مربعي المقدم والتالي ونقسم على ذلك الجذر الحاصل
نطر ب نطر ا ح نطر ا ب
من ضرب المقدم في سنتين فما حصل فهو جيب القوس الصغرى وههنا
نصف القطر نصف ح
يتم العمل وهذه الصورة اعني التي يكون فيها مجموع القوسين اذا الفصل
بينهما اربع دور يقع في الاعمال النجومية كثيرا ولها بيان آخر وهو انا
نقول لما كانت نسبة مقدم معلوم الى تالي كنسبة جيب قوس الى جيب تمامها

كانت

كانت نسبة مربع المقدم الى مربع التالي كنسبة مربع جيب قوس الى
مربع جيب تمامها وبالتركيب نسبة مجموع مربعي مقدم وتال الى
مربع احدهما كنسبة مجموع مربعي مقدم وتال الى المقدم او التالي كنسبة نصف
القطر الى جيب تلك القوس او الى جيب تمامها ويكون العمل كما تقدم وفي بيان
هذه الاعمال تبيين بحيث يكون المطلوب معرفة قوس ما من قوسين مجهولين
مجموعهما او الفصل بينهما معلوم ويصير من الشكل القطاع كما يتبين
فيما بعد نسبة جيب احدهما الى جيب الاخرى معلومة فيكون الطريق
الى استخراج المطلوبين هذه التي اوما نا في هذا الفصل اليه والله اعلم

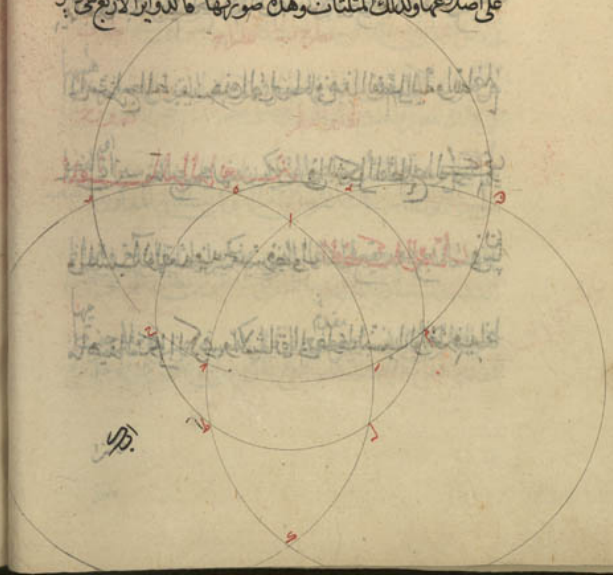
مربعي حسه ح ب وحسه ح ا
اعني مربع نصف القطر الى احد
المربعين ونسبة جذر مجموع نسبة

المقالة الرابعة في الشكل القطاع الكري والنسب الواقعة فيه خمسة فصول

الفصل الاول في بيان ماهية الشكل الكري والاشارة الى دعاوي النسب الواقعة فيه اذا

تقاطعت اربع دوائر من العظام على سطح كرة بحيث لا يتقاطع على نقطة اكثر من اثنتين
حدثت بينهما اثنا عشر نقطة عليها يتقاطع تلك الدوائر وينقسم كل واحدة منها
بست قسي يكون كل واحدة منها مسلما الشكل ويكون مجموعها اربعا وعشرين قوسا
وينقسم سطح الكرة باربعة عشر قسما ستة منها مربعات وثمانية مثلثات ويكون كل ضلع من
الاضلاع المذكورة مشتركا بين مثلث ومربع وكل زاوية من شكل مقابلة لزاوية من شكل
آخر من نوع الشكل الاول فيكون المربعات الستة متساوية في زواياها وملاقية للمثلثات
على اضلاعها وكذلك المثلثات وهذه صورتها فالدوائر الاربع هي دائرة

مجموعها



ا ب ك رودائرة ب د ر ودائرة ا د ك ن ودائرة ه د ط ل ونقط التقاطعات
الاثنى عشر نقط ا ب ج ه د ح ط ك ل م ن واما الاضلاع الاربعة والعشرون فالستة
التي من الدائرة الاولى هي ا ب ب ل ل ك ك ز ز ه ه ا والستة التي من الدائرة
الثانية هي ز ن ن م م ب ب د د ح ح ز والستة التي من الدائرة الثالثة هي
ا ه ه ن ن ك ك ط ط د د ا والستة التي من الدائرة الرابعة هي ه ز
ح ح ط ط ل ل م م ه واما المربعات الستة فمربع ا ه م ب ومربع ب ل
ط ح ومربع د ح ه ا ومربع ه ز ن ه ومربع م ن ك ل ومربع ط ك د ح
واما المثلثات الثمانية فمثلث ا ب ج ومثلث ا ه د ومثلث ن ز م ومثلث
م ب ل ومثلث ل ط ك ومثلث ط د ح ومثلث ح ز ه ومثلث د ن
ك وظاهر ان الزوايا المتقابلة انما وقعت في الاشكال المتجانسة
مثل الزاويتان المتقاطعتان عند ا انما وقعتا اما في مثلثي ه ا ب د

واما في مربعي اب م اح د والاضلاع المشتركة وقعت بين الاشكال

المتخالفة المتخالفة مثلا وضلع اب اشترك فيه مثلث ابح ومربع اب م ع واذا تقرر

هذا فنقول كل مربع من هذه المربعات مع مثلثين يكونان على ضلعين متجاورين

من اضلاع المربع يقع على هيئة القطاع السطحي لاشتماله على اربعة اركان

متقاطعة على ست نقط يحدث منها اثنا عشر قوسا كل ثلث منها على ركن

قمي ولاربعة مثلثات يحيط بكل واحد ثلث خطوط والجملة على ما قيل في ذلك

الشكل فيما مر فالشكل الحادث من المربع والمثلثين المذكورين هو

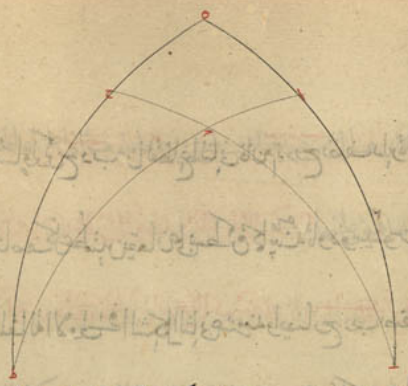
القطاع الكري مثاله اذا اعتبرنا مربع اح د ومربع مثلثي اب د د ح ط

الواقعين على ضلعي اد د ح المتجاورين منه كانت هكذا وهو

هو مثل القطاع السطحي بعينه الا في شيء واحد وهو

ان الشكل هناك تالف من خطوط مستقيمة على سطح مستو

وهمنا



وههنا من قسي دواير عظام على سطح كرة ولما كان لكل مربع اضلاع

اربعة وعلى كل ضلع مثلث لزم امكان وقوع كل مربع في اربع قطاعات مثل د و

مربع اب ه ح يكون جميع مثلثي اب د د ح ط قطاعا ومع مثلثي اب

د اه ه قطاعا ثانيا ومع مثلثي اه ه ح د قطاعا ثالثا ومع مثلثي ح د ه ح د ح ط

قطاعا رابعا ولكون المربعات ستة يكون جميع القطاعات الحادثة

على بسيط الكرة من تقاطع الدواير الاربعة اربعة وعشرين قطاعا

لكن يكون كل قطاع نظيرا ومساويا لاخر مثل قطاع م نه ره اه يكون

نظيرا ومساويا لركن ك ل ب ر ح ط لان ركن م نه ر من القطاع الاول

مساوٍ لركز ح د ب من القطاع الثاني فان م ن ر ح نصف دايرة لو جوب

تناصف كل عظمتين يقعان على بسط كرة كما بينه ثاوذوسيوس في

المقالة الاولى في الشكل الثاني عشر منه وايضا ح ر ب نصف دايرة

واذا القينا ح المشترك بقي ركز م ن ر مساويا لركز ح د ب في

القطاعين وبمثله يتبين ان ركز م ه ي مساوٍ لركز ح ط ل وركز ا ه د

لركز ك ل ب وركز ا ه ن لركز ك ط ر وايضا بمثل ذلك يتبين ان

ضلعي كل مثلثين نظيرين من مثلثات القطاعين وكل مربعين من مربعيهما

متساويان وان كل زاويتين نظيرتين متساويتين وبتبيين من ذلك

ان اثني عشر قطاعا من الاربعة والعشرين المذكورة يكون نظاير الاثني

عشر الاخرى والنسب الواقعة بين خطوط القطاع السطحي التي تشتمل

عليها الدعاوي الثلثة المذكورة يقع ههنا بين جيوب قسي هذا القطاع

ثاوذوسيوس

عظمتين

مساويا لها

كما كان

كما كان هناك من غير اختلاف في شيء ولا حاجة هنا الى اعادتها فلنتكلم

في البراهين عليها **الفصل الثاني في الاشارة الى البراهين على وجه**

كلي وفي اقامة البرهان على ضروب من الدعوى الاولى المعروفة بتفصيل بطليموس

بقيم البرهان اولا على ضروب الدعوى الاولى المرتبة حتى يمكن لنا ان

نتكلم في بيان ما عداها من النسب الواقعة في الدعاوي الثلثة فنقول

اذا اردنا ان نبين تاليف النسبة الواقعة من جيبي قوسين في

القطاع الكري من نسبتين يقعان بين جيوب اربعة قسي يكون القسي

الستة واقعة من وقوعهما في الدعوى الاولى على الترتيب وجب

ان يعين اولا الركن والمثلث المعطلين بمثل ما بين فيما مر ثم

يصل بين نقط زوايا المثلث المعطل بخطوط مستقيمة هي اوتار

القسي الثلثة المحيطة بالمثلث المعطل ويخرج من مركز الكرة ثلثة

المثلث

خطوط مستقيمة الى النقط الثلث الواقعة على الركن المعطل فيلتقي
كل نصف قطر يصل الى نقطة وتر من قوس يقع منه تلك النقطة
على ركن واحد لا محالة ويحدث بين انصاف الاقطار الثلثة والاوتار
الثلثة ثلث نقط لتقاطعاتها يقع جميعا في سطح المثلث الحادث
من الاوتار الثلثة وفي سطح الدائرة التي يكون الركن المعطل جزءا منها
فيكون تلك النقطة واقعة على الفصل المشترك بين السطحين وقد
تبين في كتاب الاصول لاقليدس ان الفصل المشترك بين كل سطحين
مستويين انما يكون خطا مستقيما فلذلك يكون الخط المار بالنقط
الثلثة المذكورة خطا مستقيما ويحدث منه ومن الخطوط الثلثة التي
هي اوتار قسي المثلث المعطل قطاع سطحي تبين النسبة المؤلفة الواقعة
في القطاع الكري بالنسبة المؤلفة الواقعة فيه باستعانة من المقدمات المذكورة

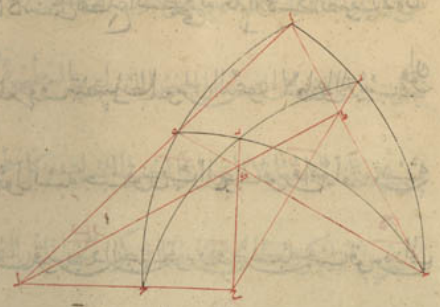
وهي انصاف اقطار الكرة وتلك في هذه الخطوط اوتار قسي المثلث المعطل

في المقالة الثالثة فان كان احد الاوتار الثلثة موازيا لاحد انصاف
الاقطار المعتبرة فيه وقعت فيه نسبة مؤلفة من نسبته مساويتها
ومن نسبة المساواة او نسبة مساواة تتالف من نسبته ومن خلو فيها
كما تبين فيما بينه فليكن القطاع الكري شكل ه عليه نقط اب د ه ر
كما كانت على القطاع السطحي ولنسلم اولا في الضرب الاول
المعروف بتفصيل بطلموس من الدعوى الاولى على الترتيب وهو ان
يقول نسبة جنب قوس ب ا الى جنب قوس د ا مؤلفة من نسبة
جنب قوس ب د الى جنب قوس ر ه ومن نسبة جنب قوس ه د الى
جنب قوس د ا فيكون قوس ر د ا الركن المعطل ومثلث اب ه
المثلث المعطل ونصل خطوط ب ا ب ه ا ه المستقيمة وهي اوتار
مثلث اب ه وليكن ح مركز الكرة على الوجه ونخرج منه انصاف

ا ح د ه ر

الذي بينه ثاوذوسيوس في الشكل الثاني من المقالة الاولى من الاكر

اقطار الى نقطة ع ر د الثلث التى هى على الركن المعطل وهى خطوط ح ج ح د ح
ر ح ح د ويكون لا محالة كل واحد منها فى سطح دايرة من الدواير التى هى
اضلاع المثلث المعطل ويكون وتر تلك القوس التى هى الضلع ايضا
فى ذلك السطح فلكون نصف قطر ح د وتر ب ا كلهما فى سطح دايرة



ب ع د ايتلاقيان وليلتقيا على نقطة ك وايضا نصف قطر ح ر
و وتر ب ه الواقعتان فى سطح دايرة ب ر ه يتلاقيان على ك ولكون
نصف قطر ح ح د وتر ا ه فى سطح دايرة ا ه د فاذا اخرجنا اما ان يتلاقيا

او

او يتوازيا فان تلاقيا فاما ان يتلاقيا فى جهة د ه ح او يتلاقيان فى جهة
ح ا ح او يتلاقيا اولا فى جهة د ه ح على نقطة ل كما فى هذه الصورة فنقط ط
ك ل الواقعة فى سطح المثلث ب ا ه الحادثة من اوتار المثلث المعطل
لكونها جميعا على اضلاعه وفى سطح دايرة ع ر د التى منها الركن المعطل
لكونها على انصاف الاقطار المارة بنقط عليها يكون جميعا على فصلهما
المشترك ولكونهما سطحان مستويين يكون الفصل المشترك سطحين
بينهما خط مستقيم فخط ط ك ل خط مستقيم وحدث منه ومن
الاوتار الثلثة قطاع ب ط ا ه ل ك السطحى ويكون فيه نسبة ب ط
الى ط ا مؤلفة من نسبة ب ك الى ك ه ومن نسبة ه ل الى ل ا لكن
نسبة ب ط الى ط ا كنسبة جيب قوس ب د ع الى جيب قوس د ع ا ونسبة
ب ك الى ك ه كنسبة جيب قوس ب ر الى جيب قوس ر ه ونسبة ه ل

الى ل اكنسبة جيب قوس ب كه الى جيب قوس ه د الى جيب قوس د ا كل

ذلك مما بين في المقالة الثالثة فاذن نسبة جيب قوس ب د الى

جيب قوس د ا مؤلفة من نسبة ح ب د الى جيب قوس ه د ومن نسبة جيب

قوس ه د الى جيب قوس د ا وهو المطلوب وان كان الملاقاة بين وتر ا و

نصف القطر الذي عليه ح د في جهة ا ح احتجنا الى قطاع اخر من القطاعات

الواقعة على سطح الكرة يكون البيان مخصوصا بذلك القطاع

ويحصل للط تفاوت ذلك البيان الى هذا القطاع المفروض

والوجه فيه ان يخرج كل واحدة من قوسي د ه ا د د الى ان يلتقيا في الجهة

الاخرى على نقطة م ويكون كل واحدة من قوسي د ه م د م نصف دائرة

وذلك لما تبين في الشكل الثاني عشر من المقالة الاولى من كتاب الاكرية

لثاوذوسيوس لثاذوسيوس ان الدوائر العظام يتقاطع متناصفة واذا اخرجنا نصف

قطر

قطر د ح من نقطة م وليلاق وتره على ل فيكون نقطة ك ط ل المثلث

على خط ك ط ل المستقيم لكونها في سطح مثلث ا ب ه لوتار قسي المثلث

المعطى وفي سطح دائرة د ح المعطلة فيحدث قطاع ب ك ه ال ط السطحي

ويكون فيه نسبة ب ط الى ط ا مؤلفة من نسبة ب ك الى ك ه ومن نسبة

ه ل الى ل ا ونسبة ب ط الى ط ا اكنسبة جيب قوس ب د الى جيب قوس

د ا ونسبة ب ك الى ك ه كنسبة جيب قوس ب د الى جيب قوس ه د

ونسبة ه ل الى ل ا كنسبة جيب قوس ه م الى جيب قوس م ا فعلى القطاع

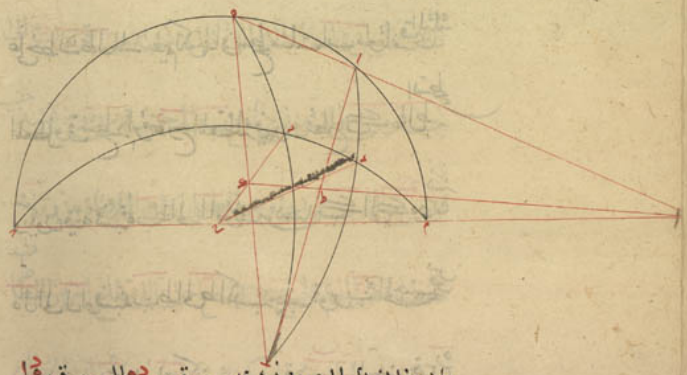
المخصوص بالبيان اعني قطاع م ه ب د نسبة جيب قوس ب د الى

جيب قوس د ا مؤلفة من نسبة جيب قوس ب د الى جيب قوس ه د

ومن نسبة جيب قوس ه م الى جيب قوس م ا ولكن القطاع المفروض

اول وهو قطاع ب ا د ر وجيب قوس ه م هو جيب قوس م د وهي التي اولا

تمامها من نصف الدور وجيب قوس ام هو جيب قوس اد لمثل ذلك



فاذن في القطاع المفروض نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ا

مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ز الى جيب قوس ز ه ومن نسبة جيب

قوس ه د الى جيب قوس د ا وهو المط اما ان كان وتر اه متوازيا لنصف

القطر الذي على ح د فليتمم نصفي دايرتي م ا د م ز د وايضا كما مر ونصل

قطر م ز ونقول ط ك وقطر م د الكائنين في سطح دايرة م ه ز د متوازيان

لانهما ان لم يتوازيا فليلتقيا على نقطة ن وليكن على نقطة ل وحينئذ يكون

موازيا

فليلتقيا

نقطة

نقطة ل اه في سطحي مثلث ب اه ودايرة م ا د فيكون على خط ل اه المستقيم

وحينئذ يكون خط اه ا د م متلاقيين على ل وقد فرضناهما متوازيين هذا خلف

وبوجه آخر ان كان ط ك موازيا لكل واحد من وتر اه وقطر م د فليخرج

من نقطة ط في سطح مثلث ا ب ه خط ط س موازيا لا ه وفي سطح دايرة

م ز ح ط ف موازيا لم ح ولكون ط ف اه موازيين لم ح يكونان متوازيين

وايضا ط ف ط س الموازيان لا ه يكونان ايضا متوازيين ولكن لا ه فيما

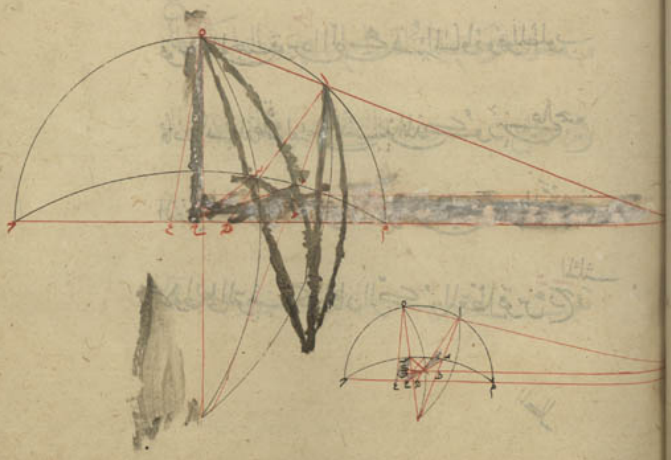
على ط هذا خلف فاذن ط ك موازيا لوتر اه وفي مثلث ب اه نسبة ب ط الى ط ا كنسبة ب ك الى ك ه

خطا

فاذن ا ح م ا ح م موازيا لقطر م ز وكان

ا ه موازيا له ط ا ح م موازيا لا ه

ان لم يكن



لكن نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ا د كنسبة ب ط الى ط ا او نسبة
جيب قوس ب د الى جيب قوس ه ز كنسبة ب ك الى ك ه فنسبة جيب قوس
ب ه الى جيب قوس ه ا كنسبة جيب قوس ب د الى جيب قوس ز ثم
نقول وجيب قوس ا د مساو لجيب قوس ز ه لان جيب قوس ا د هو عمود
ا ح وجيب قوس ز ه هو عمود ز ح وهما متوازيان وقد وقعا بين اه م ح
المتوازيين فاذن هما متساويان ويكون نسبة جيب قوس ا د مؤلفة
من نسبة جيب قوس ب د الى جيب قوس ز ه المساوية لها ومن نسبة جيب
قوس ز ه الى جيب قوس ا د التي هي نسبة المساواة وهو المطلوب
فاذن النسبة المدعاة مؤلفة من النسبتين المذكورتين على جميع
التقديرات وذلك ما اردناه ه واما في سائر ضروب الدعوى
الاولى على الترتيب فكلما كان الركن المعطل قوس ز ح والمثلث

المعطل

المعطل ب ا ه كان الشكل كما مر والبرهان على سياقة مثل هذه السياقة
وكلما كان الركن المعطل قوس ب ز ه والمثلث المعطل ح ز ا كان التفاوت
بحسب اختلاف الجهة فقط والشكل والبرهان كما كان والاولى ان لا
يطول الكلام بتفاصيلها **الفصل الثالث في اقامة البرهان**
على الدعوى المعروفة بتركيب بطليموس اقتصر بطليموس في اقامة البرهان على الضرب المعروف بالتركيب من الدعوى الاولى على ان اخرج ركنين من القطاع المفروض
التركيب الى نصف الدور حتى حدث قطاع آخر وبين بدعوى التفصيل
فيه دعوى التركيب في القطاع المفروض شاله ليكن القطاع
المفروض قطاع ب ا ح ودعوى التركيب فيه ان يقال
نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ه مؤلفة من نسبة
جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ز ومن نسبة جيب قوس

رد الى جيب قوس ح د برهانه يخرج كل واحد من ركني

ب ا ب ه الى ان يتلاقيا عند تمام نصف الدور على ح فيكون بحكم البيان

الشكل المقدم المذكور في الفصل المتقدم في قطاع د د ح ه الحادث نسبة جيب قوس ح ا

الى جيب قوس ا د مؤلفة من نسبة جيب قوس ح ه الى جيب قوس ر د من

قوس ل نسبة جيب قوس ر د الى جيب قوس د ه ولكون جيب قوس ح ا هو جيب وصل

ب ا نصف وجيب قوس ح ه هو جيب قوس ب ه بعينه يكون نسبة جيب قوس

ب ا الى جيب قوس ا د مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس

ه ر ومن نسبة جيب قوس ر ح الى جيب قوس د ه وذلك ما اردناه

فهذا

فهذا القدر كاف في هذا الموضع الا انه لما كان الغرض في هذه الرسالة

استيعاب ضروب الدخاوي والبراهين المتعلقة بهذا الشكل

واستيفاء بيان اختلافاته وجب علينا ان نورد البرهان ههنا

ايضا بحسب القانون الكلي في اقامة البراهين على هذا الشكل حتى

يكون الكلام فيه تاما متناسبا ان شاء الله فلنعد الشكل ونقول لما

كان دعوى التركيب هي تاليف نسبة جيبي قوسي ب ا ه كان

الركن المعطل اه د والمثلث المعطل ب ع ر فلنصل اوتار المثلث وانصاف

اقطار الركن اعني ح ا ح ه ح د كما هو العادة وكان قانون البرهان ان يعتبر

تا و في وتر ب د ونصف قطر ح ا و تا و ق وتر ب ر ونصف قطر ح ه و تا و في

وتره د ر ونصف قطر ح د حتى يتم القطاع السطحي وحال كل وتر مع انصاف

الاقطار الذي هو قرينه لا يخلو من ثلثة اوجه اما ان يتلاقيا في جهة المحيط من انصاف

الاقطار الافكار او في جهة المركز واما ان يتوازيا ولكون الاوتار ثلثة يكون عدد

اعتبار الجميع ما يحصل من ضرب ثلثة في ثلثة وهو سبعة وعشرون لكن

جميع هذه الوجوه ليس بممكن الوقوع وذلك لان ه ز وق وتر ب د وقطر ا

انما يكون في جهة ا اذا كان جيب ا ب اعظم من جيب ا د وفي جهة ب اذا كان اصغر

والعشرون منه وتوازيهما اذا تساويا وكذلك في التوافي واحد الوجوه السبعة والعشرين

وقرينه في ان يكون الثلاث في بين ب د وقرينه من الاقطار في جهة د وبين د ز نصف

وبين جهة ز و من ز ب وقرينه في جهة ب وهذا مح لان ه يقتضي ان يكون بين

سطح دايرة ا ه د اعظم مما هو اعظم منه فيقدم لبيان ذلك مقدمة وهي هذه

ليكن دايرة ا ب من العظام في سطح كرة وليقطعها ا ه د ح ايضا من العظام على

غير زوايا قايمة وليكن ا د ا ه قوسين مختلفتي الجيب مثل جيب ا ه اعظم من جيب

ا د اقول فبعد نقطة د عن سطح دايرة ا ب ح يكون اعظم من بعد ه عنها برهانه

يصل ا د وهو الفصل المشترك بين الدايرتين ويخرج عن نقطتي ه د عمودي

د ح ه عليه فيكونان متوازيين ومنهما ايضا على سطح دايرة ا ب ح عمودي درح

د ط ه ك وهما ايضا متوازيان ويكون زاويتا ح ه ك ح د ط متساويين متساويين

لتوازي الاضلاع المحيطة بهما ويصل ط ر ك ح فيحدث مثلثا د ط ر ه

ك ح المتشابهان ولكن د ر اعظم من د ح يكون عمود د ط اعظم من عمود ه ك

فاذن بعد نقطة د عن سطح دايرة ا ب ج د اعظم من بعد نقطة ه عنها وذلك

ما اردناه وبعد تقديم هذه المقدمة نعيد الشكل ونتمم دايرة الركز المعطل

ونخرج قسي المثلث المعطل اليها ونلقاها على نقطة د س ع فاذا كان

التلاقي بين وتر ب د ومرتبة من الاقطار في جهة د كان بعد نقطة ب عن سطح

دايرة ا د ه اعظم من بعد نقطة د عنها ثم اذا كان التلاقي في بين وتر د ر

وقرينه في جهة ر كان بعد نقطة د اعظم من بعد نقطة ر فبعد نقطة ب

اعظم كثيرا من بعد نقطة ر ثم اذا كان التلاقي في بين وتر د ب وقرينه في

جهة ب كان بعد ر اعظم من بعد نقطة ب الذي كان اعظم منه هذا

خلف واذا تبين هذا فنقول الوجوه الممكنة من السبعة والعشرين

ثلثة عشر

ثلثة عشر وجها فقط والباقي محال الوقوع وذلك ان ابعاد نقط

ب د عن الثلث عن سطح دايرة ا د ه اما ان يكون مختلفة واما ان يكون

اثنان منها متساويان فقط واما ان يكون جميعها متساوية وهذه

ثلثة اقسام اما القسم الاول فينحصر في ستة انواع وذلك ان كل

نقطة منها يمكن ان يكون ابعد من الاخريين وعلى تقدير كونها ابعد

فكل واحد من الاخرين يمكن ان يكون ابعد من الباقي فيصير الاقسام ستة

ولما وجب ان يقع التلاقي في بين الوتر ونصف القطر اذا اخرجا في جهة

النقطة التي يكون بعدها اصغر وبحسب اختلاف جهات التلاقي تختلف

وقوع القطاع في المثلثات والمربعات التي يشملها دايرة ا د ه وان

كان الكل مشتركة في المثلث المعطل اعني مثلث ب د ويشارك البعض

في غيره من المثلثات والمربعات والمثلث المعطل ايضا يختلف زواياه فيكون تارة

هذه اولى وتلك ثانية والباقية مشتركة وتارة بالعكس والضابط ان
الابعد ابدا يكون هو الاولى والاوسط هو الثانية والاقرب هو المشترك
ونحن وضعناها جميعا في جدول هي هذه

عدد ما كان الممكنة	البعد النقط	اوسط النقط	اقرب النقط	القطاع المخصوص بالبيان الذي مع البيان	القطاع المخصوص المفروض				
١	-	ز	ز	هه	ا	-	ح	ز	
-	-	ح	ز	ه	ه	ز	ز	ز	
ح	-	ا	ز	ز	ح	ا	ز	ز	
ز	ز	ز	-	ه	٤	ز	-	-	
ه	ز	ا	ز	٤	ه	ز	ز	ز	
و	ز	ز	-	ح	ز	ز	ز	-	

واما القسم الثاني فينحصر ايضا في ستة انواع وذلك ان تساوي
بعدي نقطتين من النقط الثلث يكون على ثلثة اوجه وانه يقع اما بين

نقطتي

نقطتي ب د واما بين نقطتي ب ر واما بين نقطتي د ر وفي كل وجه
يكون بعد الثالثة المخالفة لبعدها اما اعظم واما اصغر فيصير الاقسام
ستة اما الثالثة فان كان بعدها اعظم
وجب ان يكون هي نقطة الزاوية الاولى وان كان اصغر
وجب ان يكون هي الزاوية المشتركة واما المتساويتان البعد
فعلى التقدير الاول يكون احديهما ثانية والاخرى
مشتركة او على البدل وعلى التقدير الثاني يكون احديهما
اولى والاخرى ثانية او على البدل ويختلف القطاع المخصوص
بالبيان بحسب اختلافهما فيكون لكل وجه
قطاعان مشتركان بعد المثلث المعطل الذي يشترك
في الجميع

عدد الاختلاف الممكنة	اسما النقط وهي ثلثة الاولى	الثانية	الثالثة	المتركز	البعد	القطاع المخصوص	المثلثات ذوات النقط	عدد الاختلاف الممكنة	ترتيب النقط والمتركز	الاولى	الثانية	البعد	القطاع المخصوص	المثلثات ذوات النقط
١	ب	ج	ج	ب	ج	١-جد	ج	ج	ب	ج	د	ج	جدس-	ب
		د	ج	ب	ج	٥-٥٥	٥			ج	د	ج	٤ج٤د-	ج
ب	ج		ب		ج	جدس-	ج	٥	ج		د	ب	س٤د١ج	ج
		د	ج	٥٤ج د	د		د			ب		د	٥-٥٥	١
ج	د		ب	س٤د١ج	٥			٥	د	ج	ب	-	٥٤ج د	ب
		ج	ب	٤ج٤د-	ج			ج		ب	ج	د	١-جد	١

اما على التقدير الاول فهي مربع ويختلفان بمثلثين واما على التقدير الثاني فهي مثلث ويختلفان بمربعين ونحن وضعناها جميعا في جدول هي هذه واما القسم الثالث فنوع واحد وهو ان يكون ابعاد نقط ب ج د الثلث عن سطح دائرة ا د ه المعطاة متساوية ولنشتغل بيان واحد من هذه الانواع الثلثة عشر فنقول اما النوع الاول من الستة الاولى وهو ان يكون القطاع المخصوص بالبيان هو المفروض هو

قطاع

قطاع ا ب ج د ولنعد ه ح ط والدعوى فيه ان نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا د مؤلفة من جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه د ومن جيب قوس د ج الى جيب د ه برهانه وقد مر ان بعد نقطة ب من دائرة ه د ز المعطاة اعظم من بعد ه وبعد ا اعظم من بعد د

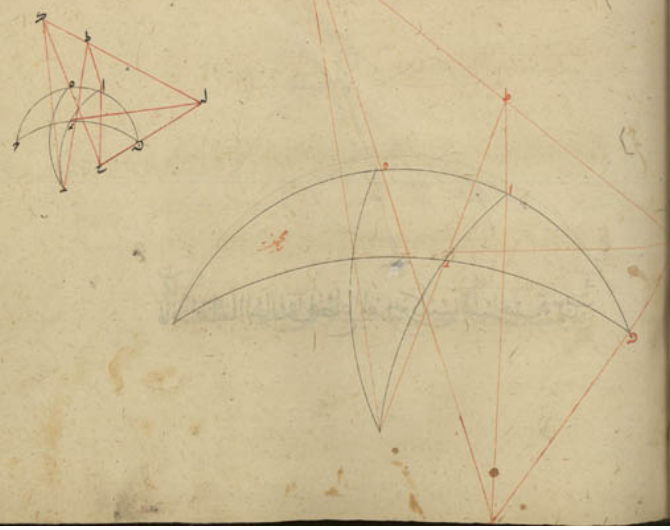
فنصل اوتار مثلث ب ه د ز المعطاة وليكن المركز ح ونصل بينه وبين نقط ا ه ج من المركز المعطاة ونخرج انصاف اقطار ح ا ح ه ح د الى ان يتلاقى فيكون بالضرورة تلاقي وتر ب ه ونصف قطر ح ا في جهة

وتاوق

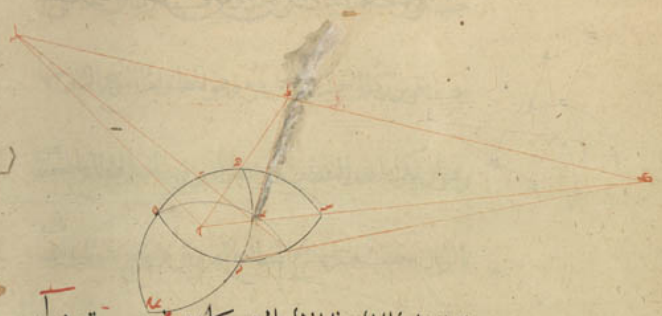
اولیکن عند نقطة ك ط ویتاوق وتر ب نز ونصف قطر ح ه فی جهة ه د ولیکن
عند ك وتاوق وتر د ر ونصف قطر ح د فی جهة د ح ولیکن عند ل ولکون
نقطتا ك ل فی سطحی اوتار المثلث المعطل ودائرة المعطل یکون جمیعها
علی فصلهما المشترك وهو خط ك ل المستقیم ولنرسمه فیتم به
قطاع ب ط ل ر السطحی ویکون فیه نسبة ب ط الی ط ء اعنی
نسبة جیب قوس ب ا الی ا ء مؤلفة من نسبة ب ك الی ك ر اعنی
جیب قوس ب ه الی جیب قوس ه ر ومن نسبة ر ل الی ل ك اعنی نسبة
جیب قوس ر د الی جیب قوس د ء وهو المط واما النوع الثانی منها
وهو ان یکون ابعد النقط ب واوسطها ر واقربها ء والقطاع المخصوص
بالبیان ه ن ب د فلنرسمه مع القطاع المفروض ونخرج الاوتار وانصاف
الاقطار کما بینه فیحدث قطاع ك ل ب د السطحی ویکون فیه النسبة

ب ط

ب ط الی ط ء اعنی نسبة جیب قوس ب ا الی جیب قوس ا ء مؤلفة من
نسبة ب ك الی ك ر اعنی نسبة جیب قوس ر ا الی جیب قوس ه ر ومن
نسبة ر ل الی ل ك اعنی نسبة جیب قوس ر ن الی جیب قوس ن ه ولکون
ر ن تمام ر د من نصف الدور و ن ه تمام د ه وجیب کل واحدة منهما
مساو لجیب تمامه واذا نقلنا البیان الی قطاع ا ب د ر المفروض
کانت نسبة جیب قوس ب ا الی جیب قوس ء ا مؤلفة من نسبة
جیب قوس ب ه الی جیب قوس ه ر ومن نسبة جیب قوس ر د الی جیب قوس د ء وهو المط



واما في النوع الثالث وهو ان يكون را بعد النقط و ها قربها فلنرسم
قطاع سر را ه المخصوص بالبيان مع القطاع المفروض واخرجنا الاوتار
وانصاف الاقطار فيحدث قطاع ك ر ل ه السطحي ويكون فيه نسبة
ب ل الى ل ه اعني نسبة جنب قوس ب ا الى جنب قوس ا ه مؤلفة
من نسبة ب ك الى ك ا اعني من نسبة جنب قوس ر نه الى جنب قوس نه
ه ولكن ب سر تمام ب ه و سر ر تمام ر ه و ر نه تمام ر د و نه ه تمام ه د



فاذا انقلبنا البيان في القطاع المفروض كانت نسبة جنب قوس ب ا

الى

الى جنب قوس ا ه مؤلفة من نسبة جنب قوس ب ه الى جنب قوس ه ر و من نسبة
جنب قوس ر د الى جنب قوس د ه وهو المط واما في النوع الرابع وهو ان يكون
را بعد النقط و ب اقربها فلنرسم قطاع ن ع ب المخصوص بالبيان مع القطاع
المفروض ويخرج الاوتار وانصاف الاقطار فيحدث قطاع ل ط ر ب السطحي
يكون فيه نسبة ب ط الى ط ا اعني نسبة جنب قوس ب ع الى جنب قوس
ع ا مؤلفة من ب ك الى ك ه اعني نسبة جنب قوس ب سر الى جنب قوس سر ر

ومن نسبة ر ل الى ل ه اعني نسبة جنب قوس ر نه الى جنب قوس نه ه ولكن

ب ع تمام ب ا و ع د تمام ء ا و ب س ر تمام ب ه و س ر تمام ه و د ن ر تمام ر د

و ن ه د تمام ء ه د فاذا انقلبنا البيان الى قطاع ا ب ج د المفروض كانت نسبة جيب قوس ب ا

الى جيب قوس ء د وهو المط واما فى النوع الخامس وهو ان يكون ء د ابعد النقط واقربها

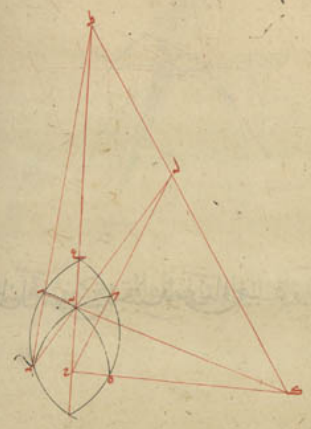
فلنرسم قطاع ع ه ر المخصوص بالبيان مع القطاع المفروض ويخرج الاوتار وانصاف

الاقطار فيحدث قطاع ط ك ر السطحى ويكون فيه نسبة ب ط الى ط ء اعنى نسبة جيب قوس

ب ع الى جيب قوس ع ء مؤلفة من نسبة ب ك الى ك ر اعنى نسبة جيب قوس ب ه

جيب قوس م ر ومن نسبة ب ل الى ل ء اعنى نسبة جيب قوس ر د الى جيب قوس د ء

نقلنا
الى جيب قوس ا د مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه د ومن نسبة جيب قوس د ر



ولكون

ولكون ب ع تمام ب ا و ع د تمام ء ا و ب س ر تمام ب ه كانت فى القطاع المفروض نسبة جيب قوس ب ا

الى جيب قوس ا ج مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ر ومن نسبة جيب قوس ر د

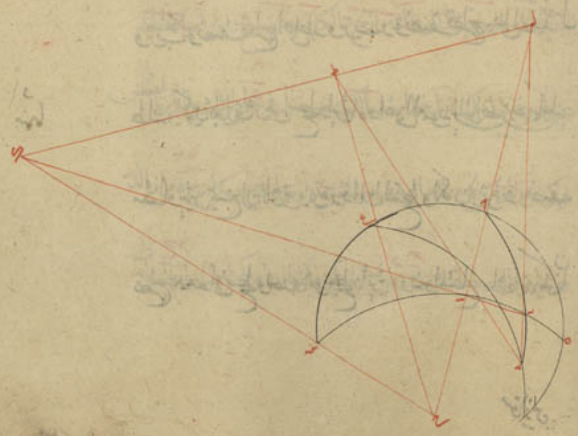
الى جيب قوس د ء وهو المط واما فى النوع السادس وهو ان يكون ء د ابعد النقط واقربها

فلنرسم قطاع د ء س ب المخصوص بالبيان مع قطاع ا ب ج د المفروض ويخرج الاوتار

وانصاف الاقطار فيحدث قطاع ء د ك ب السطحى ويكون فيه نسبة ب ط الى ط ء اعنى

نسبة جيب قوس ب ع الى جيب قوس ع ء مؤلفة من نسبة ب ك الى ك ر اعنى نسبة جيب

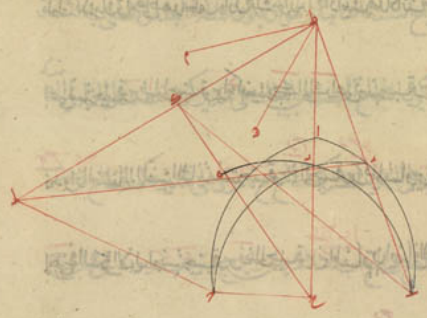
قوس ر د الى قوس د ء ولكون ب ع تمام ب ا و ع د تمام ء ا و ب س ر تمام ب ه



نقلنا د وسه ر تمام ره فاذا انقلبنا البيان الى القطاع المفروض كانت نسبة جيب
قوس ب ا الى جيب قوس ا ه مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس
ره ومن نسبة جيب قوس ر د الى جيب قوس د ه وهو المطلوب
واما النوع الاول من الانواع الستة الواقعة فى القسم الثانى وهو ان يكون
نقطة ب ابعد من نقطة ه د المتساويين البعد ويكون القطاع المخصوص
بالبيان اما قطاع ا ب ج المفروض بعينه واما قطاع ه ن ب ويخرج فيهما
اوتار المثلث المعطل وانصاف اقطار الركن المعطل فيتلاقى فى القطاع الاول
وتر ب د ونصف قطر ج ا على ط وتر ب ر ونصف قطر ج ه على ك ر ونصل
منهما د ط ك ولكون بعدى ر د من سطح دائرة ا ه داعى العمودين الواقعين منهما عليه
متساويين يمتنع ان تلاقى وتر ه ر ذلك السطح ولكون وتر ه ر ونصف
قطر ج د معا فى سطح واحد وهو سطح دائرة ه ر د وامتناع تلاقيهما يكونان

متوازيين

متوازيين ولو وقع نقطتى ط ك فى سطحى المثلث والدائرة المعطلين يكون
الخط الواصل بينهما فصلا مشتركا بينهما وموازيا لد ر الكائن معه



فى سطح المثلث المعطل اما اولا فلان امتناع تلاقى ما وقعت بين خط ه ر وسطح
الدائرة المعطلة واما ثانيا ان ط ك موازيا ح د الكائن معه فى سطح دائرة ا ه والا فليلقه
عند ل وحينئذ يكون ه ر ل خطا مستقيما لكون نقطة ه ر ل فى سطحى المثلث والدائرة المعطلين
فيكون ه ر الموازى ح د ملاقيا له هف ولما ثبت توازى ط ك ح د وكان ح د موازيا لد ر
فط ك موازيا لد ر واما ثالثا فلان ط ك لو لم يكن موازيا لد ر لم يكن ايضا موازيا لد ر لم يكن

ايضا موازيا لح د الموازى له وليخرج ط م فى سطح مثلث ب د موازيا لد ر وط ن فى سطح ا ح

ا ح موازيا لح د فيكون ط م لكونه موازيا لد ر الموازى لح د ولكونه موازيا لح د الموازى لط ن موازيا

لط ن لكنه ملاق له على ط هذا خلف فاذن ط ك موازيا لد ر واذا ثبت هذا كانت نسبة ب ط الى ط د

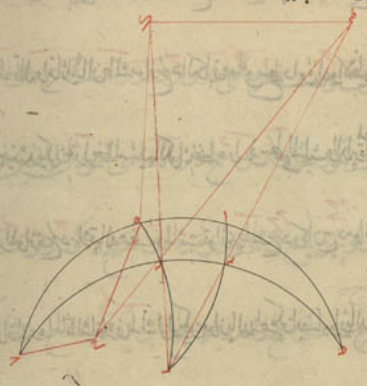
اعنى نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ه كنسبة ر ك الى ك ر اعنى نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس

ه د واذا اضفنا الى النسبة الثانية نسبة جيب قوس ر د الى جيب قوس ر ح المتساويين فى القطاع المفروض

اعنى فى الشكل الاول او نسبة جيب قوس ر ن الى جيب قوس ر ن المتساويين ايضا فى القطاع المخصوص من الشكل

الثانى كانت نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ح من اجل نسبة جيب قوس ر د الى جيب قوس ر د الوهمى نسبة المثل

حس قوس ب ه الى حس قوس ه د
الى جيب مثلها وهى نسبة ب م



وذلك

وذلك فى الشكل الاول او من نسبة جيب قوس ر ن الى جيب قوس ر ن الوهمى نسبة

قوس ر د الى جيب قوس ر د بعينها وذلك فى الشكل الثانى وهو الخط واما فى النوع الثانى

من الانواع الستة الثانية وهو ان يكون نقطة ا ابعد من نقطتى ب د المتساويين

البعد ويكون القطاع المخصوص بالبيان على تقدير كون نقطة ر على الزاوية الثانية

ونقطة ب على الزاوية المشتركة قطاع ع ه ح وعلى تقدير عكسه قطاع د ع س ب

فلنرسمهما مع قطاع ا ب ح د المفروض ونخرج وتر ب ه ر ونصفى قطرى ح

ع ح د الى ان يلتقيا على ط ك ونصل وتر ب ر ونصفى قطرى ح ج س ونثبت

انهما مع وتر ب ر وخط ط ك متوازيه فيكون فى مثلث ع ط ك نسبة ب ط الى ط ك اعنى

نسبة جيب قوس ب ع الى جيب قوس ع ك كنسبة ر ك الى ك ا اعنى نسبة جيب قوس ر د الى

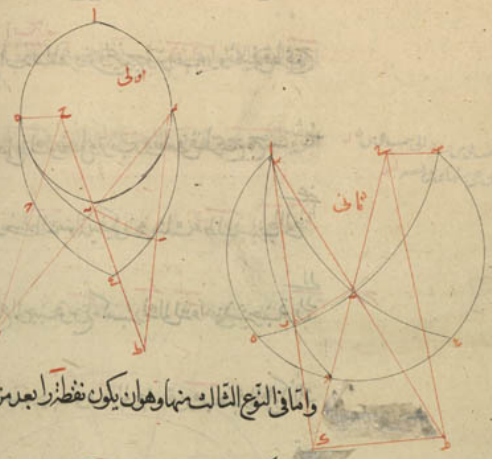
جيب قوس د ع وكانت نسبة جيب قوس ه ر الى جيب قوس ه ب نسبة المثل وكذلك

نسبة جيب قوس ر س الى جيب قوس س ب ففى قطاع ع ه ح د ع س ب نسبة جيب قوس

ب ع الى جيب قوس ع د مؤلفة من نسبة المثل التى هى اما جيب قوس ب ا الى ه ر واما
جيب قوس ر س الى س ر ومن نسبة مثلها وهى نسبة جيب قوس ر د الى جيب قوس د
ولكون ب ع تمام ب ا و ع د تمام ع ا و ب س تمام ب ه و س ر تمام ر ه فاذا انقلبنا
البيان الى قطاع ا ب ر المفروض كانت نسبة جيب قوس ب ا الى ا د مؤلفة من نسبة
جيب قوس ر د الى جيب قوس د ا وهو المطلوب

نقلنا

من نسبة جيب قوس ب ه الى ه ر ونسبة



واما فى النوع الثالث منها وهو ان يكون نقطة ز ابعد من نقطتى ب ع المتساويتين
البعد ويكون القطاع المخصوص اما ب ع ز ب وذلك على تقدير ان يكون على

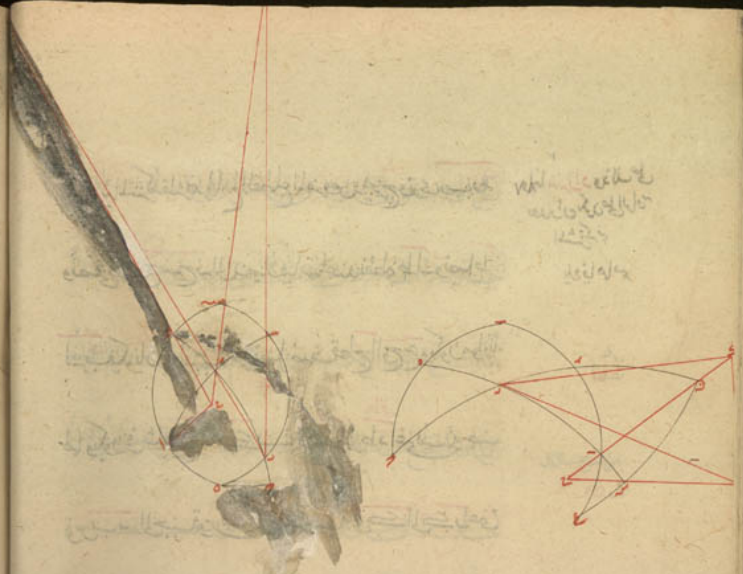
الزاوية

الزاوية المشتركة فلنرسمها مع القطاع المفروض ويخرج وتر ى ز ب د
ونصفى قطرى ح س ح ن الى ان يتلاقيا نهاية عند نقطتى ط ك ونصل ط
ك ب د فيكونان متوازيين كما مر ونصل نصف قطر ح ا و ح ع ويكون موازيا
لهما ويكون فى مثلث ح ط ك نسبة ب ط الى ط د اعنى نسبة جيب
قوس ب س الى جيب قوس س ر كنسبة ى د الى د ك اعنى
نسبة جيب قوس د ن الى جيب قوس ع ن ففى قطاع ن ع ب ر نسبة
جيب قوس ب ع الى جيب قوس ع د اعنى نسبة جيب قوس ب ا
الى جيب قوس ا د التى هى نسبة المثل وفى قطاع س ر ا د تلك
النسبة بعينها مؤلفا من نسبة جيب قوس ر س الى جيب
قوس ر ن الى جيب قوس ن د ولكون ب س تمام ب ه و س ر تمام
ر ه و ر ن تمام ر د و ن ع تمام ا ع د

واما س ر ا د وذلك على تقدير ان يكون على الزاوية المشتركة يلاقيا هما

المعمول

مؤلفتان من نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس س ر ومن نسبة خلافها اعنى نسبة جيب قوس ر د الى جيب قوس د ا



فاذا انقلبنا البيان منهما الى القطاع المفروض كانت نسبة جيب قوس
ب ا الى جيب قوس ا د مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس
ه ر ومن نسبة جيب قوس ر د الى جيب قوس د ه وهو المطلوب
واما في النوع الرابع وهو ان يكون نقطتا ب ا قرب من نقطتي ه د المتساوي
البعد ويكون القطاع المخصوص على تقدير كون ه على تقدير كون ه على الزاوية
الاولى هو قطاع د ه س ب وعلى تقدير كون ر على الزاوية الاولى هو قطاع

نع

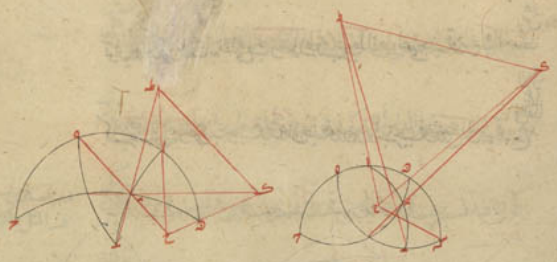
نع ر ب فلنرسمهما مع القطاع المفروض ويخرج وتري ب ر ب د ونصفي قطري
ح س ح ع الى ان يلتقيا على ط ك ونصل ط ك ه ر ونصفي قطري ح د ح ن ونوصل بين
توازيهما بمثل ما مر فيكون لتشابه مثلثي ه ر ب ب ط ك يكون نسبة ك ب الى
ك ه اعني نسبة جيب قوس ع ب الى جيب قوس ع ه كنسبة ط ب الى ط ر

اعني نسبة جيب قوس س ب الى جيب قوس س ر في قطاع د ه س ب
نع ر ب نسبة جيب قوس ب ع الى جيب قوس ع ه مؤلفة من نسبة جيب قوس

التي هي في القطاع الاول

ب سه الى جيب قوس سه ر التي هي مثلها ومن نسبة المثل الاول نسبة جيب قوس ر د
الى جيب قوس د ء وفي القطاع الثاني نسبة جيب قوس ر نه الى جيب قوس نه د
ولكون ب ع تمام ب ا و ع ه تمام ء ا و ب سه تمام ب ه و سه ر تمام ر ه وفي القطاعين
و ر نه تمام ر د و نه ه تمام ء د وفي الاخر يكون نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس
ا ء مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ر ومن نسبة جيب قوس
ر د الى جيب قوس د ء وهو المط واما في النوع الخامس وهو ان يكون نقطة ء
اقرب من نقطتي ب ر المتساويتين البعد ويكون القطاع المخصوص على تقدير
كون ر على الزاوية الاولى هو قطاع سه ر ا ء وعلى تقدير كون ب عليها هو قطاع
ه نه م ء فلنرسمهما مع القطاع المفروض ونخرج وتري ب ه ب د ونصفي قطري
ج سح ه وينبتين ح نح الى ط ك ونصل ك ط ب ر ونصفي قطري ح سح وينبتين توازيهما
لتشابه مثلي ب د ر د ك ط فيكون نسبة ب ط الى ط ء اعني نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ء كنسبة

ر ك الى ك ء اعني نسبة جيب قوس ر نه الى جيب قوس نه ء ففي القطاعين
نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ء مؤلفة من نسبة المثل الذي هو في الاول
نسبة جيب قوس ب سه الى جيب قوس سه ر وفي الثاني نسبة جيب قوس ب ه
الى جيب قوس ه ر ومن نسبة مثل المؤلفة وهي فيهما نسبة جيب قوس ر نه



الى جيب قوس نه ء ولكون ب سه تمام ب ه و سه ر تمام ر ه و ر نه تمام ر د و نه د تمام د ه
في القطاعين نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ء مؤلفة من نسبة جيب قوس

ب ه الى جيب قوس ه ر ومن نسبة جيب قوس ر د الى جيب قوس د ع وهو المط

واما في النوع السادس وهو ان يكون نقطة ر اقرب من نقطتي ب د المتساويتي البعد فيكون

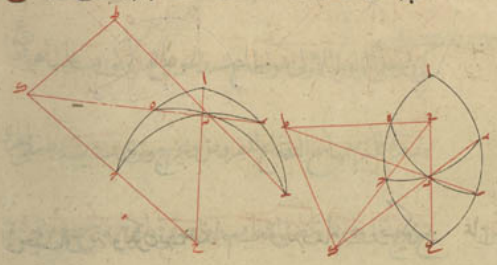
القطاع المخصوص على تقدير كون ع على الزاوية الاولى هو قطاع ع ه ر وعلى تقدير كون ب

عليها هو قطاع ا ب د فلنرسم الاول مع القطاع المفروض الثاني وهو بعينه المفروض

ويخرج وتري ب ر ه ر ونصفي قطري ح ج ح د الى ط ك ونصل ا ك د ج ع ا ج ونبين

توازيهما فيكون المتشابه مثلثي ب د ر ه ط ك نسبة ر ط الى ط ا اعني جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ر

كنسبة ر ك الى ك ا اعني نسبة جيب قوس ر د الى جيب قوس د ع ونسبة جيب قوس د ع الى جيب قوس ع ه في العكس الاول



نسبة المثل

نسبة المثل ولذلك نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ه فيه وفي الثاني جميعا

وهي مؤلفة من كلتيهما من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ر ومن خارجهما

اعني من نسبة جيب قوس ر د الى جيب قوس د ع وهو المطلوب واما في النوع

الرابع في القسم الثالث وهو الثالث عشر من الانواع الممكنة وهو ان يكون ابعاد نقط ب ا ه

التي على زوايا المثلث المعطل من سطح الدايرة المعطلة متساوية فلنرسم القطاع المفروض و

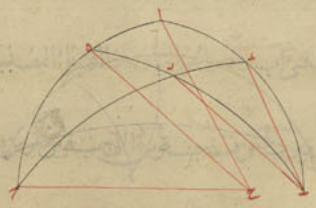
نصل اوتار المثلث المعطل وانصاف الاقطار الخارجة الى نقط الركن المعطل فيكون كل

وتر موازيا لنصف قطر الدايرة التي يكون ذلك الوتر في سطحها وب ح ا ب ح ه و ه ح ر د

ويكون فيه نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ه ونسبة جيب قوس ر د الى جيب قوس د ع لكون كل

نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ه نسبة المثل وكذلك نسبة

نسبة مثل مؤلفة من نسبتين كل واحدة منهما مثلها فيكون نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ه مؤلفة



من النسبتين المذكورتين وهو المط وهمنا تم البرهان على الدعوى المعروفة بتركيب

مقام بطلميوس وبمثل هذا البيان يمكن ان يقام البرهان على كل ضرب من ضروب الدعوى الاولى

يكون المثلث المعطى فيه اما مثلث ب د ر واما مثلث ه د ح ويكون على الترتيب وتفصيل ذلك

يقتضي تطويل الكلام ولا حاجة تلزم وهي على القوانين الخلف واذا تبين هذا الضرب اعني المعروف

بتركيب بطلميوس فان اردنا ايضا تبيينا الضرب المعروف بتفصيله بناء على عكس ما عمله بطلميوس

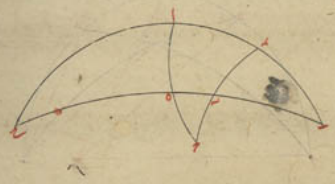
حتى يكون على كل ضرب منهما برهانين احدهما على سبيل الابتداء والاخر على سبيل الاستدراك العرب الاخر قوانين

منهما مبنى الضرب

التفصيل المبني على بيان التركيب بعد الشكل الذي اردناه في عكسه ونقول لما تبين مما ذكرنا ان في قطاع

مؤلفة ا ح ه نسبة جيب قوس ح ه الى جيب قوس ه ا من نسبة جيب قوس ح ر الى جيب قوس ر ه ومن نسبة جيب قوس

ه د الى جيب قوس د ا وكانت قوس ب د تمام قوس ح د من نصف الدور وقوس ب ح تمام قوس



كانت

كانت نسبة جيب قوس ب ح الى جيب قوس ح د مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ر الى

جيب قوس ر ه ومن نسبة جيب قوس ه د الى جيب قوس د ا وهو المعروف بالتفصيل

وذلك ما اردناه **الفصل الرابع في بيان النسب الواقعة في طرق ضروب**

الدعاوى الواقعة في القطاع الكرى لما تبين في قطاع ا ب د ر ضروب الدعوى الاولى

على الترتيب صارت ضروبها التي يكون بالعكس او التشويش وضروب الدعوتين

الباقيتين بتمامها ثابتة وذلك من جهة اعتبار لوازم النسب المؤلفة الواقعة فيها

فليكن المعلوم اولا الضرب المعروف بتفصيل بطلميوس وهو ان نسبة جيب قوس

ب د الى جيب قوس د ا مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ك الى جيب قوس ر ه ومن نسبة

جيب قوس ر ه الى جيب قوس د ا فيكون فيه جنوب قسي ب د ر ه د ا من الجهة الاولى من الخبر الاول

وجنوب قسي ا ب ر ه د من الخبر الثاني فاذا اعتبرنا تاليف نسبة جيب قوس ب د

الى جيب قوس ب ح من نسبة جيب قوس د ا الى جيب قوس د ا ومن نسبة جيب قوس ر ه

الى جيب قوس ه ر كان من الدعوى الثانية على الترتيب وبالجملة ما ازاعتبرنا تاليف

نسبة جيب قوس ب ح الى جيب قوس ه د من نسبة جيب قوس ب ح الى نسبة جيب قوس

ه ر ومن نسبة جيب قوس ب د الى نسبة جيب قوس د ا كان من الدعوى الثالثة

على الترتيب وبالجملة باعتبار اللوازم المتعاكسة الخمسة والثلثين المذكورة في المقالة

الاولى لكل نسبة مؤلفة يصير جميع ضروب الدعاوى المذكورة في القطاع السطح معلومة

الا ان بيانا تها لم يكن هناك للبعض بتوسط البعض وههنا يكون لما عدى الدعوى

الاولى على الترتيب بتوسطها وهذا الوجه مما قلنا في اخر الفصل الثاني من المقالة الثانية

من كون الدعوى الاولى على الترتيب بتوسطها وهذا الوجه مما قلنا في اخر الفصل الثاني من

كون الدعوى الاولى على الترتيب اصلا وما عداها فروعا لها وما اشبه هذه الدعاوى

باشكال المنطق فان الشكل الاول كالاصل وما عداه كالفروع له والله اعلم

الفصل الخامس في الاشارة الى فايدة هذا الشكل واختتام الكلام فيه

فايدة

فايدة هذا الشكل الوقوف على كيفية معرفة مقادير القسي الحادثة من تقاطع

الدوايرالعظام في سطح الكرة بعضها بتوسط البعض الاخر وقد بينا ان المقالة

الاولى الوجه في تعريف كل حد من الحدود الستة الواقعة في النسبة المؤلفة بتوسط

الحدود الخمسة الباقية فبهذه القوانين يتوصل الى المطالب المذكورة وربما يقع في

القسي الستة التي هي حدود النسبة قوسان مجهولان يتصل احدهما بالاخرى على

وجه التركيب او التفصيل ويصير نسبة جيب احدهما الى جيب الاخرى معلومة بتوسط

النسبتين الاخريين فيكون القانون في معرفة كل واحد منهما هو ما ذكرناه في

المقالة الثالثة فهذه فايدة هذا الشكل ولم يزل قدماء العلماء الهندسة

يستعملون هذا الشكل في هذه المطالب وعليه يعتمدون ولذلك اورده ماناوس

في كتابه في الكرات وبطلميوس في صدر كتابه الموسوم بالمجسطي اما المتاخرون

فلتحاشيهم من التعب الذي يقع في ضبط اختلافاته ونسبه ومن الكلفة التي يكون

في العمل بالنسبة المؤلفة استنبطوا اشكالا يقوم مقام القطاع في فوايده ولا
يقع فيها اختلاف كثيرة ولا نسبة مؤلفة واستعملوها بدلها لما اشتبعت الكلام
في هذا الشكل رايت ان اذيله بطرق المتاخرين ليكون هذا الكتاب وافيا بجميع
ما تعلق بهذا النمط من العلم ان شاء الله تعالى **المقالة الخامسة**
في بيان اصول يقوم في معرفتها الدواير العظام التي على الكرة مقام الشكل
القطاع سبعة فصول **الفصل الاول في معرفة الزوايا الحادثة عن تقاطع**
الدواير العظام على سطح الكرة اذا تقاطعت
دايرتان عظيمتان في سطح الكرة على نقطتين متقابلتين وحدثت حول كل
نقطة منها اربع زوايا واردنا ان نعرف مقاديرها جعلنا تلك النقطة قطبا
وتوهمنا عليها في سطح الكرة دايرة عظيمة بعد ضلع مربع تقع في احدى تلك
الدواير فتمر تلك الدايرة بمنتصف النقطتين المتقابلتين ويكون منطقة لها

فيها

على

على ما بينه ثاوذوسيوس في الشكل الثامن عشر من المقالة الاولى من
كتابه في الاكر والدايرتان الاوليان يقسمان هذه المنطقة باربعة اقسام يكون كل
قسم منها وتر الزاويتين متقابلتين من الزوايا الثماني الحادثة حول تينك النقطتين
ومقدار من الاجزاء الثلثمائة والستين التي يكون اجزاء جميع المنطقة هو مقدار
كل واحد من الزاويتين المتقابلتين وعند ذلك الوتر يكون غاية التباعد بين
ضلعي كل زاوية من المذكورتين وظاهر من ذلك ان تينك الزاويتين يكونان
متساويتين ثم ان كان كل واحدة من الدايرتين الاوليين قائمة على الاخرى
كان على قسم من الاقسام الاربعة التي المنطقة ربع الدور اعني تسعين درجة
وهو مقدار الزاوية القائمة وان كان تقاطعهما على غير قوايم كان وتر الحادة اقل
من الربع ووتر المنفرجة اكثر منه ومجموع كل حادة ومنفرجة متجاورتين مساو
لنصف الدور ويكون كل واحدة من الباقيتين مساوية لها لما يقابلها الحادة

ثاوذوسيوس

المنطقة

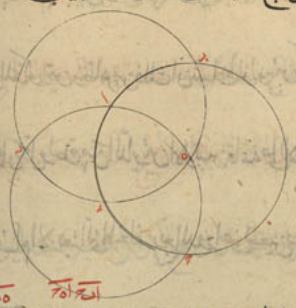
للحاده والمنفرجة المنفرجة فليكن الدايرتان دايرتي اب جد اه دز وقد تقاطعتا

على نقطتي اد فهي تحدث حول ازوايا اهه اعد عاراب الاربع وحول دز زوايا اب

بهما دهه دعد دب در الاربع وليمر بهما على قطبي اد سعد ضلع المربع منهما دايرة ب

عز فهي كالمنطقة لهما وقد انقسمت بها باقسام ب ه ع عد در ب الاربعة وهي اوتار

لكل اربع زوايا من التي حدثت حول القطبين فه وتر لزاوية ب اب دهو



مقدار دهما

وعند تقاطع ب ه غاية التباعد بين قوسي اب اه وايضا ه مقدار زاويتي اعد در

مقدار زاويتي ه اد ه حد و در ش

ورب مقدار زاويتي راب رجب وقد ظهر ان زاويتي ب اه ب جه متساويتان

لاتحاد مقداريهما وهكذا في الباقية فان كانت قطع دايرة اب دع الدايرة

ره دع على قوايم كانت الاجسام الاربعة متساوية وان لم يكن كذلك وكانت زاوية

ب اه حادة مثلا كانت زاوية اه منفرجة وهي تمام ها من نصف الدور وكانت

زاوية ب اه مساوية لزاوية دار وذلك لان كل واحدة من قوسي ب ه ع عه ع ر

نصف الدور فهما متساويتان وبالقوس المشتركة بقيت ب ه مساوية لدر

وبمثله يتبين ان زاوية اه مساوية لزاوية راب وقد تبين ان من الزوايا التي

الحادثة من تقاطع كل دايرتين لم يقع احدهما على الاخرى اربعة حادات متساويات

واربعة منفرجات متساويات وان كل حادة ومنفرجة معا متساويتان لفائمتين

مساويتان

الفصل الثاني في صفة المثلثات الحادثة في سطح الكرة من تقاطع الدوائر العظام وذكر انواعها

كل مثلث يحدث من العظام في بسيط الكرة فمن الواجب ان يحدث معه

سبع مثلثات وذلك لان كل مثلث انما يحدث من ثلث قسي هي اجزاء ثلث

دوائر عظام متقاطعة وكما ان الدايرتين المتقاطعتين يقسمان سطح الكرة باربعة اقسام

الجميع ٨٥ والثالثة المقاطعة لهما يقسم كل قسم الى قسمين ويصير الجميع ثمانى مثلثات

فاذن كل مثلث يحدث معه سبع مثلثات فليكن المثلث اب د واذا

اتممنا دوائر اضلاعه وهى دائرة اب ه ودائرة اد ء ودائرة ء ب ر د حدثت

سبع مثلثات اخرى هى مثلثات اء ب ء ب ه ح ده راد راء رء

وجميع سطح الكرة قد انقسم بهذه المثلثات الثمانية وقد اوقع عليها ثلثان

واثنى عشر قوسا وثمانية مثلثات واربع وعشرون زاوية وكما ذكرنا فى قسمة

سطح الكرة بالقطاعات يكون ههنا ايضا المثلثات الاربعة الواقعة فى

ومسألة نصف من السطح شبيهة ومساوية للاربعة التى تقع فى النصف الآخر كل واحد

لنظيره

لنظيره مثلا مثلث اد ر يشبه ويساوى مثلث ده ب وذلك لان ضلع

ار يساوى ضلع ب ه وضلع اد يساوى ضلع ء ه وضلع رد يساوى ضلع

ه ب وزاوية راد المقابلة للاب مساوية لها وهى مساوية لزاوية ء ه ب

وزاوية ار د مساوية لزاوية اب د وهى مساوية لمقابلتها اعنى زاوية ء ب ه

وزاوية ادر مقابلة لزاوية بده المساوية لزاوية ب ء ه وكذلك فى

ساير المثلثات والاربعة الواقعة فى نصف السطح من المثلثات يتوافق كل

اثنين منها فى زاوية وضلع ويكون كل واحد من الضلعين والزاويتين

الباقيتين تماما لنظيره مثلا مثلث اب د وقع مع مثلث ده ر فى النصف

الذى عليه اب ر وقد توافقا فى زاوية د فان زاوية ادب مساوية لزاوية

رده وفى ضلعى اب ر فانهما متساويان وايضا ضلع ب د تمام ضلع

د ر وضلع اد تمام ضلع ده وزاوية ب اد المساوية لزاوية ب ه د تمام زاوية

ده ده روز اويتراب ده المساوية لزاويتي ارد تمام زاويتي د ره وقس على ذلك

منه في ساير المثلثات فاذن اذا عرفنا حال مثلث واحد عرفنا حال المثلثات

الثمانية باسرها واعلم ان حصر انواع المثلثات يكون اما باعتبار الاضلاع

واما باعتبار الزوايا اما باعتبار الاضلاع في كونها مساوية للربع او اقل

او اكثر فيكون عشرة انواع هي هذه ا الاضلاع اربعة تامة ب ضلعان

ربعان والثالث اصغر من ربع ج ضلعان ربعان والثالث اعظم

د ضلع ربع والباقيان اصغر ه ضلع ربع والباقيان اعظم و

ضلع ربع واخر اصغر والثالث اعظم ز كل واحد منها اصغر من الربع

ح اثنان اعظم منه والثالث اصغر ط اثنان اصغر منه والثالث

اعظم ى كل واحد منها اعظم من الربع وهذه الانواع يحصل من ستة انواع

من التقاطع فان المثلث اذا كان من النوع السابع اعني يكون كل واحد

من

من اضلاعه اصغر من الربع كانت المثلثات الثلثة الواقعة معه في نصف

سطح الكرة جميعا من النوع الثامن اعني يكون ضلعان منه اعظم من الربع

والثالث اصغر وذلك لان المثلث الاول يوافق كل واحد من

الثلثة الباقية في ضلع فيكون في كل واحد منها ضلع اصغر من الربع و

يكون الضلعان الباقيان تماما الباقيين من كل واحد من الثلثة

الباقية فيكون في كل واحد منها ضلعان كل واحد منهما اعظم

من الربع وبهذا البيان يتبين انه ان كان المثلث المفروض من النوع

الثامن كان اثنان من الثلثة الباقية ايضا من ذلك النوع واحد من النوع

كالتاسع فان هذان النوعان اعني التاسع والثامن يتلازمان و

يحدثان من نوع واحد من التقاطع وايضا النوع الرابع والخامس

والسادس يتلازمه ويكون من المثلثات الاربعة واحد من الرابع وواحد

الربع

مولد

و واحد من النوع السابع فاذن

متلازمة

من الخامس واثنان من السادس وايضا النوع التاسع والعاشر متلازمان
ويكون من المثلثات ثلثة من النوع التاسع وواحد من العاشر وايضا
النوع الثاني والثالث متلازمان ويكون من المثلثات اثنين من كل نوع منها
والنوع الاول لا يلازم غيره بل ينعكس على نفسه لتشابه المثلثات الاربع و
تساويها فيه فاذن انواع التقاطع خمسة ا الذي يحدث عنه مثلثات
من النوع الاول ب الذي يحدث منه مثلثات من النوع الثاني والثالث
ج الذي يحدث منه مثلثات من النوع الرابع والخامس والسادس د
الذي يحدث منه مثلثات من النوع السابع والثامن ه الذي يحدث منه
مثلثات من النوعين التاسع والعاشر واما حصر المثلثات باعتبار
الزوايا وكونها قوايم او غير قوايم فستة ايضا هي هذه ا الزوايا الثلث
قوايم ب اثنتان قائمتان والثالثة حادة ج اثنتان قائمتان والثالثة

منفرجة

منفرجة د احدهما قائمة والباقيتان حادتان ه احدهما قائمة والباقيتان
منفرجتان و احدهما قائمة والاخرى حادة والثالثة منفرجة ز
كلها حادة ح احدها حادة والباقيتان منفرجتان ط كلها
منفرجة ى احدها منفرجة والباقيتان حادتان وانواع التقاطع
المقتضية لحدوث هذه المثلثات ايضا خمسة ا الذي يحدث منه
النوع الاول وحده ب الذي يحدث منه النوع الثاني والثالث ج الذي
يحدث منه النوع الرابع والخامس والسادس د الذي يحدث منه السابع
والثامن ه الذي يحدث منه التاسع والعاشر وكيفية تلازم هذه
المثلثات وحدتها من هذه الانواع الخمسة يتبين مما قدمناه

الفصل الثالث في احكام انواع المثلثات واعتبارها بالخصوص والعموم

ولنبدء بتفصيل انواع العشرة الاولى ا كل مثلث يكون اضلاعه اربعا

احدهما

اربعا

وقطب د بالضرورة ٨٨ يكون زواياه قوايم بالظ وقطعت كل ضلع بقطعة نقطة الزاوية التي يوترها

ذلك الضلع وليكن المثلث اب ج د ولكون البعدين نقطة ا وبين كل واحدة د بين

من نقطتي ب د اعني وتري ضلعي اب اد يقدر ضلع المربع الواقع في دايرة عظيمة

يقع في سطح الكرة فان نخرج سمتا على قطب ا بهذا البعد دايرة عظيمة كان قوس

ب د منها وقد تبين ذلك في الشكلين السابع عشر والثامن عشر في المقالة

الاولى من كتاب الاكر وكذلك القول في ساير الزوايا والاضلاع ولكون كل

ضلع ربعا كانت الزوايا المقابلة لها قوايم ب كل مثلث يكون ضلعا

وواحدة د ربعين ربعان والثالث اصغر من الربع يكون فيه زاويتان قائمتان وواحدة حادة

وهي يكون قطبا الوترها ويقع قطبا الضلعين اللذين يوتران القائمتين

على

على وتر الحادة خارجين من المثلث فليكن المثلث اب ج ولكن اب اد ربعين

وب ج اصغر منه فيكون نقطة ا قطبا الدايرة ب د كما مر

ويكون زاويتا ب ج قايمتين لما يتبين في الشكل السادس عشر من المقالة

الاولى من الاكر ولكون ب ج اقل من الربع يكون زاوية ا حادة واذا اخرجنا

قوس ب ج في جهتيها وجعلنا ب د مساوية لب ا كان د قطب دايرة اب جهتيها د

وايضا اذا جعلنا د ه مساوية لج ا كان ه قطب دايرة اج كل مثلث

يكون ضلعاه ربعين والثالث اعظم كانت زاويتان منها قائمتان وواحدة قايمتين

وهي التي يوترها الضلع الذي هو اعظم من الربع منفرجة ونقطة الزاوية

المنفرجة قطبا الوترها وقطبا الضلعين الاخرين على وتر المنفرجة

داخل المثلث ه فليكن المثلث ب د وليكن اب اد ربعين وب ح اعظم منه

فيكون اقطاب اب د كما مر وزاويتا ب د قائمتان ولكون ب د اعظم من

الربع يكون زاوية ا منفرجة ونفصل ب ح بقدر الربع فيكون ح قطبا لضلع اب

وايضا نفصل ده بقدر الربع فيكون ه قطبا ه لضلع اد د كل مثلث يكون

احد اضلاعه ربعا والباقيان اصغر منه كانت الزاوية الموترة بالربع منفرجة

والاخريان حادتان واقطاب الاضلاع خارجة من المثلث ولينقدم على

بيانه مقدمة هي ان نقول كل زاوية قائمة او حادة كانت ضلعاها اصغر من

الربع فوترها ايضا اصغر من الربع فليكن زاوية اب د قائمة وكل واحد من اب

ب ح اقل من الربع ونرسم وتر اد فنقول هو ايضا اقل منه برهانه يخرج ب ا

ولنقدم

والى

والى ان يصير اربعين عند نقطتي ح ه ونرسم ح ه ويخرج ه ا من العظام على ما بين

ثاوذوسيوس في الشكل الحادي والعشرين من المقالة الاولى من كتابه

في الاكر ولكون ه قطبا لب د يكون ه اربعا كما بين في الشكل السابع عشر

من المقالة المذكورة واذا كان ربعا كان اقطاب اد ا ه لكن قطب ح ه هو

ح هف وان كان اد اعظم من الربع يفصل منه ار بقدر الربع ونرسم

على قطب ا قوس ه ر من العظام فيكون زاوية ا ه ر قائمة وكانت زاوية ه ب

قائمة هف فاذن اد اصغر من الربع واما ان كانت زاوية اب د حادة اخرجنا

ضلعي ب اب د الى ان يصيرا عند ح ه ربعين ونرسمنا على قطب ه ربع ب د

وتممنا مثلث ب ر ه من الارباع ثم نخرج د ا الى ان يخرج من المثلث على ح

فان وقعت نقطة ح على احد ضلعي ب ر ه كان د ح

اصغر من الربع و د ا اصغر كثيرا منه كما مر

ثاوذوسيوس

وان وقعت على زاوية كان دح ربعا ودا اصغر منه وذلك لما اردناه

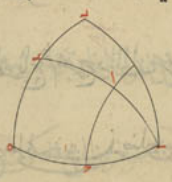
وبعد تقديم هذه المقدمة نقول فليكن المثلث الموصوف ب د وليكن اب

ربعا وكل واحد من اد دب اصغر منه فان كانت زاوية د قائمة او حادة كان

اب اقل من الربع وقد فرضنا مربعا فاذن زاوية د منفرجة ونخرج اب د الى ان

يصير ب ع ربعا ونرسم على قطب ب ببعد ضلع المربع اد فيكون زاوية ب اء

قائمة ويكون زاوية ب اد حادة وبمثل ما بين ان زاوية ب اد ايضا حادة



ولكون زاوية ب اد قائمة يجب ان نمر اء بقطب دائرة اب فقطب دائرة اب يكون

خارجا

خارجا من المثلث وايضا ان مرت قوس من العظام بقطب دائرة ب ا ايضا

خارجا وقس عليه حال قطب اد ه كل مثلث يكون احد اضلاعه ربعا والثلاثة

اعظم منه كانت الزوايا كلها منفرجة والاقطاب داخل المثلث فليكن المثلث

اب ح وليكن اب ربعا وكل واحد من اد ب دا اكثر منه فلنخرج دب دا الى ان يلتقيا

عند نقطة د ويحدث مثلث اب د فيكون ضلع ب ا منه ربعا وضلعا اد اء

اصغر منه فيكون لما مر زاوية د منفرجة ود متساوية لها وهي ايضا منفرجة

وزاويتا اب اء حادتان فيكون زاويتا اب دب اء منفرجتان وانا

توهمنا قوسين يخرجان من نقطتي اب قائمتين على اب على قوائم فلا محالة

متقاطعان داخل المثلث وقطب اب يكون على نقطة تقاطعهما فهو داخل

المثلث وكذلك القطبان الآخران و كل مثلث يكون احد اضلاعه ربعا او

اخر اعظم منه والباقي اصغر كانت الزاوية التي يوترها الضلع الذي هو

اعظم من الربع منفرجة والباقيتان حادتين ويقع الاقطاب خارجا من

المثلث فليكن المثلث اب د وليكن اب اعظم من الربع وا د ربعا و د ب اصغر

ويخرج ا د اب الى ان يتلاقيا عند ه ويحدث مثلث د ب ه ويكون فيه ضلعان

اصغر من الربع وضلع واحد ربعا فيكون زاويتا د ه منه حادتان وزاوية حادتين

ب منفرجة ويلزم منه ان يكون في مثلث ا د ب زاوية ا او زاوية ب حادتين

وزاوية د منفرجة وبالوجه المذكور في النوع الرابع يكون الاقطاب خارج

المثلث ز كل مثلث يكون كل واحد من اضلاعه اصغر من الربع كانت زواياه

من زواياه حادتان والثالث يمكن ان يكون من كل واحد من الانواع الثلثة حادتين

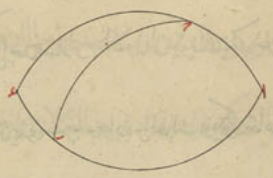
ويقع الاقطاب خارج المثلث فليكن المثلث اب د فان لم يكن فيه حادتان

كان فيه اما قائمتان واما منفرجتان واما قائمة ومنفرجة وكلها محال اما

الاول فلانه لو كانت زاويتا ب ح مثلا قائمتان كان اقطاب ب د ويكون اب زاويتا ب ح قائمتين

ا د ربعين وفرضناهما اصغر هف واما الثاني فلانهما لو كانتا منفرجتين

وافقنا على خط ب د من نقطتي ب د قوسي ب ه د ه على زوايا قائمة فليلتقيان



عند ه وهو قطب ب ح واذا جعلنا اب قطبا ورسمنا بعد ب ه دائرة قطعت

اما ضلع ب ا واما ضلع ب د على نقطة ه ويكون ب ه ربعا وقد فرضنا كل واحد

من ب ا ب ح اصغر من ربع هف واما الثالث فلانه لو كانت زاوية ب ان كانت

قايمة وزاوية د منفرجة برسما دايرة تمر بقطب دايرة ب ج ونقطة د وليكن منها

د ه وهي تمر لامحالة بضلع ب ا فليمر بنقطة ز ويكون ز قطب دايرة ب ج فيكون

ب ز ربعا وكانت ب ا اصغر منه هف فاذن ب ا ان زاويتين من المثلث

المذكور يجب ان يكون حادتين والثالثة يجوز ان يكون احدى الزوايا الثلث

فان المنفرجة والقايمة والحادة يجوز ان يكون لها اوتار اصغر من الربع

ح كل مثلث يكون ضلعان منه اعظم من الربع والثالث اصغر منه كانت

زواياه على احد خمسة اوجه الاول ان يكون قايمة ومنفرجتين والثاني

ان يكون قايمة ومنفرجة وحادة والثالث ان يكون حادة ومنفرجتين و

الرابع ان يكون منفرجتين وحادتين الخامس ان يكون الكل منفرجات

والخمسة الاوجه الباقية يكون محالا وليكن المثلث ا ب ج وليكن كل واحد

من ا ب ا د اعظم من الربع و ب ج اصغر وليلتق ا ب ا د على د فيكون كل واحد

منفرجة

من اضلاع مثلث ب د ه اصغر من الربع فان كانت زاوية ه قايمة وزاويتا

ب د حادتين كان مثلث ا ب د على الوجه الثاني وان كانت زوايا مثلث

ب د ه كلها حادة كان مثلث ا ب د على الوجه الثالث وان كانت احدى

زاويتي ب د ه د ب منفرجة والباقيتان حادتان كان مثلث ا ب د على

الوجه الرابع وان كانت زاوية د منفرجة كان مثلث ا ب د على الوجه الخامس

واما الوجوه المحالة فاولها ان يكون الزوايا قوايم وثانيها ان يكون قايمتين

وحادة وثالثها ان يكون قايمتين ومنفرجة ورابعها ان يكون الكل

حادة وخامسها ان يكون قايمة وحادتين وذلك لان على تقدير الاوجه

الثلثة الاولى يلزم ان يكون لجميع الاضلاع او بعضها اوتار اصغر من الربع وعلى التقدير

الوجه الرابع يلزم ان يكون جميع الاضلاع اصغر من الربع وعلى التقدير

الخامس فان كانت القايمة يخرج من ب قوس ب ه على قوايم فيلتقي ا ج على

كان مثلث ا ب ج على الوجه الاول وان كانت احدى زاويتي ب د ه د ب قايمة والباقيان حادتين

حادتين

جميع

خارج المثلث ويكون اه ربعا وكان اد اعظم من الربع هف وان كان

القائمة ب فصلنا من باب ر ربعا ورسمنا من العظام رد فيكون ر

قطب ب د وزاوية ر د ب قائمة وكانت زاوية ا ب جادة هف فاذن

الوجوه الخمسة محال واما حال الاقطاب فان كانت في المثلث قائمة ومنفرجتان

كان قطب كل ضلع من ضلعي القائمة على الآخر وقطب وتر القائمة داخل

المثلث وان كانت فيه قائمة ومنفرجة وحادة كان قطب وتر الحادة

على وتر المنفرجة داخل المثلث وقطب وتر المنفرجة على وتر الحادة خارجا

منه وقطب الضلع الباقي ايضا خارجا وان كانت فيه ثلث منفرجات

كانت الاقطاب داخلة وان كانت فيه منفرجة وحادتان كانت الاقطاب

خارجا حادة

خارجا وان كانت حادة ومنفرجتان كان قطب وتر الحادة داخلا و

قطبا الباقيتين خارجا ان يتبين الجميع بادنى تامل ط كل مثلث احد اضلاعه

اعظم من الربع والباقيتان اصغر كانت الزاوية التي يوترها الضلع الاعظم

منفرجة والباقيتان حادتين والاقطاب يقع خارجا فليكن في مثلث

ا ب ج كل واحد من ضلعي ا ب ا ج اصغر من الربع وضلع ب ج اعظم اقول

فيكون زاوية ا منفرجة لانها ان كانت قائمة او حادة وضلعاها اصغر

من الربع كان وتر ب ج ايضا اصغر منه وكانت اعظم هف وايضا زاويتا

ب ج ديكونان حادتين فان ب لو لم يكن حادة لكانت اما منفرجة او قائمة

فان كانت قائمة نفصل ب د بقدر الربع فيكون د قطب ا ب ويخرج ا ب الى

ان يصير ربعا عند ه ونرسم قوسي ا ه د ه فيكونان ربعين واذا اخرجنا

ه د الى ر كانت ا ر ربعا وقد فرضنا ا د اقل من ربع هف

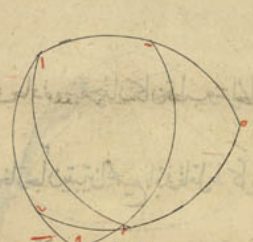
خارجة

خارجتين

والباقيان

خارجة

كان



وان كانت زاويتي ب منفرجتين وكانت زاوية ا منفرجة رسمنا على قطب

اب دايرتين يمران بنقطتي ا ب كان القطب داخل المثلث وليكن نقطة

ح ويخرج اب الى ز ونرسم ح الى ر فيكون ار ربعا لكون اقطب

ه ح ر وكانت اح اقل من الربع هف

وهكذا احكم زاويتي د وقد تبين حال الاقطاب مما ذكرنا ى كل

مثلث كان كل واحد من اضلاعه اعظم من الربع فزواياه منفرجة و

اقطابه يقع داخل المثلث فليكن المثلث ا ب ح ويخرج ضلعي ا ب ا ح

الى

الى ان يلتقيا عند د فمثلث ب د ح ضلع ب ح اعظم من الربع

وكل واحد من الباقيين اصغر منه ويلزم ان يكون زاوية د منفرجة والباقيان منه

حادتان فاذن في مثلث ا ب د يكون الزوايا منفرجة وحال الاقطاب حادتين

ظاهرة وهذا اخر الانواع العشرة التي يكون بحسب اعتبار الاضلاع

واما العشرة التي يعتبر فيها الزوايا فتفصيلها هذا ا كل مثلث الثانية

زواياه قوائم فاضلاعه ارباع وكل زاوية يكون قطبا لوترها كما مر وهذا

المثلث يكون من سطح الكرة سوا ب كل مثلث يكون فيه حادة و ثمن

قائمتان يكون ضلعا الحادة ربعين ووترها اصغر من الربع والزاوية

الحادة يكون قطبا لوترها وقطبا ضلعيها يكونان على وترها خارج المثلث

ج كل مثلث يكون فيه منفرجة وقائمتان يكون ضلعا المنفرجة ربعين و

وترها اعظم من الربع والزاوية المنفرجة وقطبا ضلعيها يكونان على وترها

داخل المثلث وقد تبين فيما تقدم هذه الانواع الثلاثة د كل مثلث يكون فيه قائمة وحادتان

يكون كل ضلع للقائمة على الضلع الاخر فليكن زاوية ا من مثلث ا ب ج قائمة والباقيتان

حادتان واذا اخرجنا من د قوسا عظيمة تقوم على ا د على قوائم لا تقاطع ا ب عند د وهي قطب ا د

فيكون ا د ربعا و ا ب اصغر منه وكذلك يتبين ان ا د اصغر من ربع ولكون زاوية ا قائمة وضلع

ا ب ا د اصغر من الربع يكون ب ج اصغر من الربع وحال الاقطاب مستغنية ه

كل مثلث يكون فيه قائمة ومنفرجتان يكون المنفرجتين اعظم من الربع

ووترا القائمة اصغر منه وقطبا ضلعين على ضلعي القائمة والثالث داخل

ضلعيها

منه اصغر من الربع والاقطاب خارج المثلث وقطب كل ضلع

حادتين

عن البيان

وترها

المثلث

المثلث فليكن في مثلث ا ب ج د زاوية ا قائمة وزاويتا ب ج منفرجتين

ويخرج ضلعي ا ب ا د الى ان يتلاقيا عند ه فيكون في مثلث ب ه د قائمة

وحادتين ويكون اضلاعها اصغر من الربع فيكون في مثلث ا ب ه

ضلعا ا ب ا ه اعظم من الربع وضلع ب ه اصغر من الربع وحال الاقطاب

ظاهر و كل مثلث فيه قائمة وحادة ومنفرجة ويكون وتر الحادة اصغر

من الربع والضلعان الباقيان اعظم من الربع ويكون قطب وتر الحادة

على وتر المنفرجة داخلا وقطب وتر المنفرجة على وتر الحادة خارجا و

قطب وتر القائمة ايضا خارجا وليكن في مثلث ا ب ج زاوية ا حادة

وزاوية ب قائمة وزاوية ج منفرجة ويخرج ا ب ا ج الى ان يلتقيا عند

وحادتان

الباقيتان

ء د يكون في مثلث ب ج ء قائمة هي زاوية ب وحادتان ويكون اضلاعهما اصغر من الربع

فيكون في مثلث ا ب د ضلعا ا ب ا د اعظم من الربع وضلع ب د اصغر ولكون

زاوية ب قائمة و ب د اصغر من الربع يكون قطب ا ب على ب د خارجا ولكون

ا ب اعظم من الربع يكون قطب ب د على ا ب داخلا ولكون زاوية ا حادة

يكون قطب ا خارجا ان كل مثلث يكون زواياه كلها حادة فاضلاعه

اصغر من الربع واقطابه يقع خارجا من المثلث فليكن المثلث ا ب د و

يخرج من قطبي ب د قوسان قائمتان على ب ج ا د ليلتقيا عند ه فهو قطب ب د فيكون ب ه وترا عظيما

ثم ع

ثم على را دايره ء ا ح فلو كان ب ا د ربعا كان ب قطب ب ح وكانت زاوية

ب ا ح قائمة وكذا قد فرض ب ا ح حادة هف وان كان ب ا اعظم من

الربع كان في مثلث ب ء ا اضلاع ب ء ا ربعا وضلع ب ا اعظم منه وضلع ء ا

اصغر فيكون زاوية ب ء ا منفرجة وزاوية ب ء ا منفرجة وكذا قد فرض ب ا د

حادة هف فاذن لا يكون ضلع ب ا الا اصغر من الربع ومثل بين ان

ضلع ا د ايضا اصغر من الربع ولكون زاوية ا حادة وضلعيه اصغر من الربع

يكون وتره اعني ب د اصغر من الربع فيكون الاضلاع اصغر من الربع وحال

الاقطاب ظاهر ع كل مثلث يقع فيه حادة ومنفرجتان كان وتر المنفرجتين

اعظم من الربع ووتر الحادة اصغر منه وقطب وتر الحادة يقع داخلا وقطبا ن

الاخران يقعان خارجين فليكن في مثلث ا ب د زاوية ا حادة والباقيتان

منفرجتين ويخرج قطاعي ا ب ا د الى ان يلتقيا عند ه فيكون مثلث ب ء د

حادة هكون زاوية ب ا ح ح

المنفرجتين

ضلعي

حاد الزوايا واضلاعها اصغر من الربع فحي مثلث اب جـ د يكون ضلعا اب د

اعظم من الربع فحي اب ضلعا وضلع ب جـ د اصغر وحال الاقطاب ظاهرة

كل مثلث زواياه الثلث منفرجات كان ضلعان منه اعظم من الربع والثالث

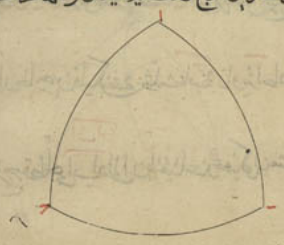
يجوز ان يكون اعظم وان يكون مساويا وان يكون اصغر والاقطاب يقع داخله

وليكن المثلث اب جـ د فلو كانت اضلاعه جميعا اصغر من الربع وضلعان منه اصغر

الثالث من اي جنس كان او ضلع اصغر وضلع ربعا وضلع اعظم لوقعت في حادثان ولو كان

متعلقان مساويان للربع لوقعت في يمنان وكلها محال

ضلعان



فبقي

فبقي ان يكون في ضلعان اعظم من الربع والثالث كيف كان جاز حال الاقطاب

ظاهرة كل مثلث احدى زواياه منفرجة والباقيتان حادتان كانت

اضلاعه على خمسة اوجه ا ان كل واحد منها اصغر من الربع

ب او ضلعان اصغر والثالث ربع ج او ضلعان اصغر و

الثالث اعظم د او ضلعان اعظم والثالث اصغر ه

او ضلع ربع وضلع اعظم منه وضلع اصغر والاوجه الباقية مح ويقع

الاقطاب خارجا فليكن في مثلث اب جـ د زاوية منفرجة والباقيتان حادتان

حادتين

وليخرج اب د الى ان يلتقيا عند د فيكون مثلث ب د ء منفرجة الزوايا الثلث فيكون

في ضلعان اعظم من الربع والثالث من اي جنس كان جاز فان كان ب د اصغر من

الربع كان مثلث اب د على الوجه الاول وان كان ب د ربعا كان على الوجه الثاني وان كان

ب د اعظم من الربع عما كان على الوجه الثالث وان كان احد ضلعي ب د ء ربعا كان على

وان كان احد ضلعي ب د ء اصغر من الربع كان مثلث اب جـ على الوجه الرابع

الوجه الخامس واما الاوجه المحال فهي آ فان يكون الاضلاع اربعا ب

او ضلعان ربعان والثالث اصغر ج او ضلعان ربعان والثالث اعظم

فان ذلك يقتضي كون اكثر الزوايا او كلها قوايم د

او يكون الاضلاع اعظم من الربع ه او ضلعان اعظم

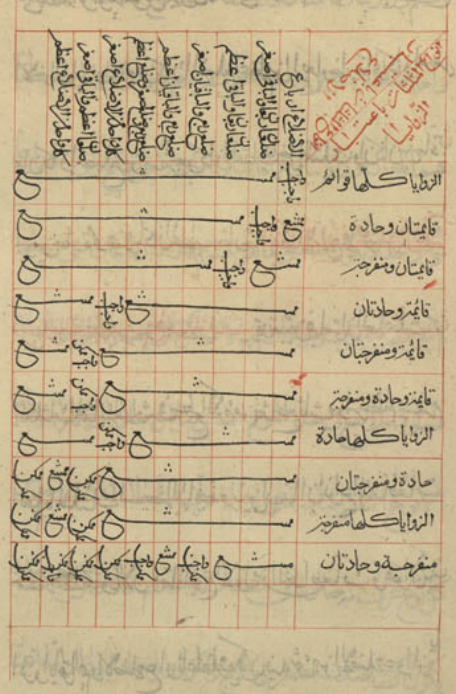
والثالث ربعا فان ذلك يقتضي كون الزوايا

منفرجة وحال الاقطاب ظاهر

ونحن وضعنا هذه الاحكام في جدول

حتى يعرف احوال بعضها بالقياس الى

البعض الآخر وهو هذا



واحكام الاقطاب اجمالا ان الضلع المط قطبه ان كان قائمتين فقطبه

على نقطة الزاوية الموترة به وان كان على احد حديه قائمة كان قطبه على الضلع

الاخر للقائمة واحدة وان كان الضلع اعظم من الربع او خارجا ان كان اصغر

وان كان الضلع بين منفرجتين كان القطب داخل المثلث وان كان بين حادتين

او بين حادة وغيرها كان القطب خارجا **الفصل الرابع في الاشارة الى كيفية التوصل**

من المعلوم الى المجهول في هذه المثلثات قد تبين فيما مر ان العلم بمثلث من

المثلثات الثمانية الحادثة في سطح الكرة من تقاطع ثلث دوائر عظام يستلزم

العلم بالمثلثات السبعة الباقية وتبين ايضا ان انواع التقاطعات

خمسة فقط فنقول الان اما النوع الاول من التقاطعات وهو ان يكون

الزوايا قوائم والاضلاع اربعا فلا يكون فيه شيء من الاضلاع والزوايا

مجهولة فلا يتصور فيه توصل من معلوم الى مجهول واما في النوع الثاني وهو

الذي يحدث فيه اربع مثلثات يكون لكل واحد ضلعان ربعين وواحد

اعظم وزاويتان قائمتان وواحدة حادة واربع مثلثات آخر يكون لكل

واحد ضلعان ربعين وواحد اعظم منفرجة فيكون في كل مثل منها ضلعان

هما ربعان وزاويتان هما قائمتان معلوم وتبقى ضلع زاوية مقدارها

شيء واحد لا يكون له تعلق بما هو معلوم فان كان ذلك الشيء معلوما

لم يبق فيها مجهول وان كان مجهولا لم يمكن ان يصير بما هو فيها معلوم

معلوما فلا يقع في هذا النوع ايضا توصل من معلوم الى مجهول واما

الانواع الثلثة الباقية فهي التي اذا عرف فيها حال مثلث واحد من

كل نوع عرف به حال باقي المثلثات ولنتكلم اولا من كل نوع في مثلث

يكون اكثر اضلاعه اصغر من الربع واكثر زواياه حادة وذلك اما باعتبار

الاضلاع فيكون مثلثا ضلعان منه اصغر من الربع والثالث اما اصغر

بين

منفرجتين

ربعان

عرف

عرف به

او اعظم او مساو للربع وهذه ثلثة واما باعتبار الزوايا فيكون مثلثات زوايا
منه حادتان والثالثة اما حادة واما قايمة واما منفرجة وهذه ايضا ثلثة
فان المثلث والثلثة الاولى يستلزم الثلثة الاخيرة من غير عكس فان المثلث الذي يكون
ضلعان منه اصغر من الربع والثالث مساو للربع والذي كل ضلع منها
اصغر من الربع يكون فيه حادتان وبالضرورة يكون حادة اوقايمة او منفرجة
وايضا المثلث الذي يكون زواياه حادات او يكون فيه حادتان وقايمة
يكون بالضرورة كل ضلع منه اصغر من ربع والذي يكون فيه حادتان ومنفرجة
يمكن ان يكون بحسب الاضلاع احد الثلثة الاولى ويمكن ان يكون على
وجهين غيرهما اما ان يكون ضلعان منه اعظم من الربع والباقي اصغر منه
وان يكون ضلع ربعا وضلع اصغر وضلع اعظم واذا كان ذلك بذلك
كفانا الكلام في مثلث حاد الزوايا ومثلث قايم الزاوية ومثلث منفرج

والذي يكون ضلعان منه اصغر والثالث اعظم يكون فيها بالضرورة حادتان ومنفرجة

حادتان

بالضرورة

على

كذلك

الزاوية

الزاوية ولم يحتج الى ما عداها واذا تقدم ذلك نقول قد علمت ان في كل
مثلث ستة اشياء هي اضلاعه وزواياه واذا عرفت مقادير ثلثة
من هذه الستة اي ثلثة كانت عرف الباقية بالطريق المعروف في
المقادير الاربعة المتناسبة وفي المثلث القايم الزاوية يكون الزاوية
القايمة احدى الثلثة المعلومة ولذلك لا يحتاج فيها الا الى معرفة
شيئين غيرها اما في المثلثين الآخرين فلا بد من معرفة ثلثة اشياء
فالان وجب علينا ان نبين وجوه التناسب الواقعة بين هذه
الاشياء الستة حتى يتوصل بها الى جميع المطالب في هذا الباب
والمتاخرين في ذلك قانون كلي يعرف احدهما بالشكل المغني
عن القطاع فانه يقوم في معرفة جميع القسي المجهولة مقام الشكل
القطاع ويغني عن اختلاف دعاويها وعن وجوه النسبة المؤلفة

النسب

الواقعة فيهما والثاني يعرف بالشكل الظلي وهو ايضا في معظم المطالب
يقوم مقام القطاع ويغني عليه يعني المغني عنه ويكون العمل به في بعض
المواضع اسهل من العمل بالمغني وفي بعضها بالضد واذا حققوا امر هذين
الشكلين وجدا راجعين الى التركيب والتفصيل الواقعين في
القطاع وانا اوردهما على ما قرره افاضل اهل هذا العلم ان شاء الله تعالى

الفصل الخامس في الشكل المغني وشرح فروعه ولواحقه اصل دعاويه

ان نسب جيوب اضلاع المثلثات الحادثة من تقاطع الشي العظام
في سطح الكرة كنسب جيوب الزوايا الموترة به وقد جرت العادة
ببيان هذه الدعوى اولا في المثلث القائم الزاوية وقد ذهبوا في اقامة
البرهان عليها فيه مذاهب جمعها الاستاذ ابو الريحان البيروني
في كتاب له سماه مقاليد علم هيئة ما يحدث في بسيط الكرة وغيره

ويوجد

ويوجد في بعض تلك الطرق تقارب فاخترت منها ما كان اشد مباينة
ليكون هذا الكتاب جامعا مع رعاية شرط الايجاز وابتدات بطريق
الامير ابي نصر منصور بن علي بن عراق فان الغالب على ظن ابي الريحان انه السابق
الى الظفر باستعمال هذا القانون في جميع المواضع وان كان كل واحد من
الفاضلين ابو الوفا محمد بن محمد النوحاني وابي محمود حامد بن الخضر
الخجندي ادعى السبق ايضا فيه والامير ابو نصر قدم على بيانه في بعض كتبه
مقدمة ليست بضرورية في هذا الشكل وان كانت مفيدة وهي هذه

مقدمة اذا تقاطع سطحان مستويان على غير قوايم وفرضت نقطة
على احدهما واخرج منها عمودان احدهما على السطح الاخر والاخر في ذلك
السطح على الفصل المشترك بين السطحين ووصل بين موقعي العمودين
بخط مستقيم كان ذلك الخط ايضا عمودا على الفصل المشترك فلتقاطع

فتى

بها

هذه الدعاوى

وان

السطحان على اب وهو الفصل المشترك بينهما وليكن النقطة المفروضة

في احدهما د ولنخرج منها عمود دج على السطح الاخر وعمود ده على الفصل

المشترك وليوصل جه فاقول انه عمود على اب برهانه نفرض على خط اب نقطة

ز كيف اتفقت ونصل دز فلكون دج عمودا على السطح الذي فيه ج وكل

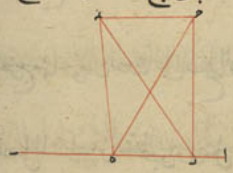
واحد من زج جه في ذلك السطح فزاويتا دجه دجز قائمتان وكذلك

زاوية دهز ولكون دز وتر القائمتين دجز دهز يكون مربع مساويا لمربعي

جز وتار لمربعي دهه هز ومربع دهه مساو لمربعي دجه جه فمربعا دجه جز مساويان

لمربعات دجه جه هز ويلقى مربع دج المشترك يبقى مربع جز مساو لمربعي جه هز

مساويا



فاذن جه عمود على اب وذلك ما اردناه برهان آخر عليه لابي الريحان

نعمد

نعمد الشكل ونصل من ب مح مساويا له ز ونصل دح حج جه فيكون

في مثلثي ده زدح ضلعا ده زد مساويان لضلعي دح وزاويتا ده حه قائمتان

مساويين وزاويتاه

في ز مساو لح وفي مثلثي دجه زدح وترا دح زد متساويان وعمود دج مشترك

فدجه زدح متساويان وفي مثلثي زجه ده ضلعا جه زح متساويان وكذلك

ضلعا ده زح وضلع جه مشترك فزاوية جه ده مساوية لزاوية جه زح فاذن هما

قائمتان وذلك ما اردناه ولنشتغل ببيان المط الشكل المغني

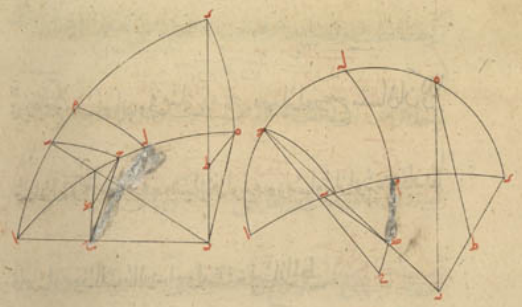
ليكن مثلث اب ح من القسي العظام وفيه زاويتا ب ح قائمة فنقول ان نسبة

جنب ضلع ا وتر القائمة الى جنب ضلع ب وتر زاوية ا كنسبة الجنب

الاعظم اعني نصف القطر وهو جنب القائمة الى جنب زاوية ا برهانه

نخرج قوسي اب اح الى ان يتم الربعان عند نقطتي ده ونرسم جه من العظام فهو

مقدار زاوية ا ولیکن ر مرکزا لکرة فیخرج منه انصاف اقطار هی وا د ب
ر ا ر ه ویکون ر ه عمودا علی ر ا لکون ا ه ربعا و ر ا فصل مشترك لدایرتی ا ء ا م
ا د ا ه
ر ء ر ه
ویخرج من نقطة ر عمود ر ح علی ا ر ویکون فی سطح دایرة ا و هو جیب قوس ا ح
ا ح
ا ح ه



متوازیین ولکون ه ر ا ح عمودین فی سطح واحد علی ا ر یکونان متوازیان ویخرج
ه ر ح
من نقطتی ه ر عمودی ه ط ر ك فی سطح دایرتی ه ء د ب علی نصفی قطری ء ر ب ر
ه د ح ب د ر ر د
اللذین احدهما فصل مشترك لدایرتی ء ا والاخر فصل مشترك لدایرتی
ه د ا د
ب د ا ء فیکونان عمودین علی سطح دایرة ا د لکون سطحی ه ء د ب قایمین علی

سطح

سطح ا د علی ما تبین فی کتاب الاصول لاوقلیدس وظاهر ان عمود ه ط
هو جیب قوس ه د التی هی قدر زاویة ا و عمود ر ك جیب قوس ر ب واذا
ر ك ر ح ط ك ح
وصلنا بین موقعی عمودی ر ك ر ح ط ك ح کان عمودا علی ا ر بحکم المقدمة
ر ك ح ه ط ر ه ط ح ك
فیکون فی مثلثی ر ك ح ه ط ر ه ط ر ك متوازیین لکونهما عمودین علی
ه ر ح ط ه ر ك ح
سطح واحد و ه ر ر ح متوازیین لما مر فزاویتا ه ر ك ر ح متساویتان
ه ط ر ك ح
لما مر فی کتاب الاصول وزاویتا ه ط ر ر ك ح قایمتان ولذلك یکون
المثلثان متشابهین وان شئنا قلنا و ك ح ط ر متوازیان بحکم المقدمة
ه ط ر ك ح
فمثلثا ه ط ر ر ك ح متشابهان لتوازی اضلاعهما کل لنظیره فیکون
ح ا ه د
نسبة ر ح جیب قوس ا د الی ه ر نصف القطر وهو جیب زاویة ب القایمة
ك ح
کنسبة ر ك جیب قوس ب د الی ه ط جیب ه ر اعنی جیب زاویة ا و بالابدال
نسبة
ا ح
جیب قوس ا ه الی جیب قوس ب د کجیب القایمة الی جیب زاویة ا و ذلك

ما اردناه وظاهر منه انا اذا فرضنا قوسا اخرى من العظام تخرج من نقطة

اخرى غير ح كنقطة ل بحيث تقوم على دايرة اء على قوايم كانت نسبة جيب قوس

ام الى جيب قوس ل ا ايضا كنسبة جيب قوس ه د الى جيب قوسه ا فيكون

نسبة جيب قوس ام الى جيب قوس ل ا كنسبة جيب قوس ب ح د الى جيب

قوس د ا وقد جرت العادة فى مثل هذه المثلثات بان يسمى قوس ب ح د

فالمثال

مثل قوس ا ح د وهو حصة قوس ا د من غاية ميل دايرة ا ه عن دايرة اء الذى يكون

ميل

بقدر اوله او ان قيس قوس ب ح د الى قوس ب ا سميت بذلك الاعتبار ميلا و

بقدر زاوية ا ح د

ثانيا لها وابو الريحان يسميها عرضا لها فقوس ب ح د ميل اول لقوس ا ح د

فقوس

وميل ثان لقوس ا ب او ميل لتلك وعرض لهذه ونسبة جنوب الميول

بعضها الى بعض كنسبة جنوب قسيها بعضها الى بعض فنسبة جيب كل

جيب

ميل الى قوسه كنسبة جيب ميل اخر الى جيب قوسه وان لم ينطبق مثلث ا ب ح د

على

على مثلث ا ه د وتساوت زاوية ا منهما وكانت زاويتا ب ح د قايمتين كان

وتساوت

الحكم ثابتا وهذه صورة الشكل على ذلك التقدير فقد بان من ذلك

ان نسبة جيب وتر الزاوية المتساوية الى جيب وتر القايمة فى جميع

المثلثات الحادثة من القسى العظام التى يتساوى احدى زواياه ويكون

فى كل واحدة زاوية قايمة نسبة واحدة لكونها جميعا كنسبة جيب الزاوية

المتساوية الى جيب القايمة وهذا البرهان على طريقة ابى نصر وابى الوفا

وان كانت العبارات مختلفة طريق اخر للدومير ابى نصر فى تقرير

البرهان على هذا المط طريق اخر وهو انه جعل المثلثين غير منطبق احدهما
على الاخر على وجه يكون القائمتان في جهة واحدة والمتساويتان على التقابل
فليتصل مثلثا اب داه على زاوية ا وهي نقطة التقاطع بين قوسي ب د
وليكن زاويتا ب ه قائمتين اقول فنسبة جيب قوس ب د الى جيب
قوس د ا كنسبة جيب قوس ه د الى جيب قوس د ا برهانه نخرج من مركز
الكرة وهو نقطة ز انصاف اقطار عليها ز ب ز ا ز د وكل واحد منها فصل
مشترك بين دائرتين من هذه الدوائر كما هو معلوم ونخرج من نقطة د في
سطح دائرة ب ج عمود د ح على ز ب الذي هو الفصل المشترك بين عظيمتي
ز ب ب ه ولكون سطح دائرة ب ج على سطح ب على قوائم يكون د ح عمودا
على سطح دائرة ب ه وايضا نخرج من ه في سطح دائرة ه د عمود ه ط على ز د
ويكون عمودا على سطح دائرة ه د كما مر ونخرج من نقطة د ايضا في سطح

دائرة

دائرة ا د على ان الفصل المشترك عمود د ح ونصل ك ح في سطح دائرة ب ه
فيحدث مثلث د ك ح ويكون زاوية ك منه قائمة ونخرج ايضا من نقطة
ه في سطح دائرة ه ا على ا د عمود ه ل ونصل ط ل فيحدث مثلث ه ط ل ويكون
زاوية ط منه قائمة ففي مثلثي ح ك ح ه ط ل ضلعا ح ح ط ل في سطح دائرة ا ح د

مثل دائرة ه د عمودان على ا ز اما د ح فلانا فرضناه عمودا واما ط ل فبحكم
المقدمة المذكورة وايضا ضلعا ح ك ه ل عمودان على ا ز وهما في سطح دائرة
ب ه فلذلك يكون زاويتا ح ل متساويتين وكانت زاويتا عمودان على ا ز

قائمتين فمثلثا ح ك ح ه ط ل متشابهان ونسبة ح ك جيب قوس

ح ب الى ح ح جيب قوس ح ا كنسبة ه ط جيب قوس ه د الى ه ل جيب قوس

ه ا وذلك ما اردناه وان جعلنا المثلثين متطابقين يصير الشكل هكذا

وتقرير البرهان يكون كما مر وان فرضنا في هذه الصورة ا ا ا ربعين

وقعت نقطة ل على نقطة ز اعني المركز فيكون نسبة جيب قوس

ب ح الى جيب قوس ح ا كنسبة جيب زاوية ا الى جيب الزاوية القائمة

برهان آخر ايضا للامير ابي نصر نعيد مثلثي ا د ب ا ه د من

القسي العظام ونجعل زاويتي ا مشتركة وزاويتي ب د قائمتين ونرسم على قطب ا

بعد

بعد قوس ا د قوس د ب وبعد قوس ا ه قوس ه م فيكونان من مدارين متوازيين لكونهما

على قطب واحد ولكونهما بين عظيمتي ا ه ا د المارتين بقطبيهما يكونان متشابهين

كما تبين في كتاب الاكرثاوذوسيوس وهو سطحاهما على سطوح العظام المارة بقطبيهما

على قوائم ويكون مركزا المدارين على محور ا ز ويخرج من نقطتي د ب في سطح مدار ب

خطي ح ب ح ج الى مركز المدار وهو نقطة ح فيكونان نصفي قطرين له ولكون ا ح عمودا

على سطح المدار يكون زاويتا ب ح ا ح ا قائمتين وايضا يخرج من نقطتي ه م نصفي

قطري ه ل م ل المدار م فان ل مركز المدار ويخرج ا من نقطتي ه ح عمودي ه ط

ظ بقطبيهما

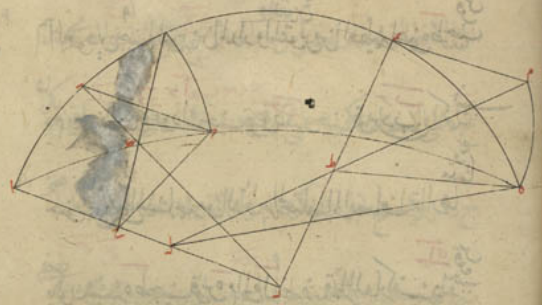
ط بقطبيهما

لثاوذوسيوس

محور ا ز

زاويتا ب ح ا ح ا

لمدار ه م



دك في سطحي مداريهما على الفصل المشترك بين المدارين ودايرة اء وهما خطا م

م ل نح فيكونان عمودين على سطح دايرة اء لكون سطحي المدارين قايمين عليه على

قوايم ويكون كل واحد منهما فصلك مشتركا بين سطحي مداريهما وبين سطحي دايرتيهما

العظيمتين اعني ه ط فصل مشترك بين مدار ه م ودايرة ه ء ر دك فصل

مشترك بين مدار د نه ودايرة د ب ولكون نقطة ء ط ر في سطحي دايرة ء ه

نقط

اء يكون خط اه د ط ر مستقيما وهو نصف قطر الكرة وكذلك نقطة ب ك ر

نقط

يقع على خط ب ر المستقيم وهو نصف قطر الكرة فيكون كل واحد من

العمودين جيب القوس من المدار وللقوس من العظيمة اعني ه ط جيب قوس

جيبا للقوس

ه م وجيب قوس ه ء ودك جيب قوس د نه وجيب قوس د ب ولكون نسب

جيوب القسي المتشابهة من الدوايرة المختلفة الى انصاف اقطارها متساوية

يكون نسبة ه ط جيب قوس ه م الى ه ل نصف قطر المدار كنسبة د ك جيب قوس

دب ودح جيب قوس د نه الى د ح نصف قطره ولان ه ط جيب قوس

ه ء وه ل جيب قوس ه اود ك جيب قوس د ب ود ح جيب قوس د ا يكون نسبة

جيب قوس ه ء الى جيب قوس ه كنسبة جيب قوس د ب الى جيب قوس د ا اعني

ظ

ه ا

نسبة جيب كل ميل الى جيب قوسه كنسبة جيب ميل اخر الى جيب قوسه كنسبة

جيب زاوية ا الى جيب القايمة اعني نصف القطر وذلك اذا كانا اء للعين

كان اداه ربعين

وذلك ما اردناه برهان آخر وهو لابي الوفا البوزجاني نعيد مثلثي

اب د اء ه على ان زاوية ا فيهما متساوية وزاويتي ب ء قايمتان اما على الانفصال

او على الانطباق عند ا ونفصل من ه ء العظمى ح مساوية لب د الصغرى ونرسم

ه ح س

ح ح د على الاستقامة ولكون سطحي دايرتي ح ه ود ب قايمان على دايرة ب د على قوايم يكون

قايمين

ح ح د موازيا لسطح دايرة ب ء ويكون العمودان الخارجان من نقطتي ح د عليه اعني

جنبي قوسين متساويين الذين يربطهما ح ح د متساويين ويخرج وتري ح ه د ونصفي

اللذين بطرفيهما

قطري ر ا ر ولكون وتر ح ونصف قطر ر ع في سطح دائرة ه ع وليس ع اعظم

من الربع فهما يتلاقيان ولينتلاقيا عند ط ولينتلاق لمثله وتر ه د ونصف قطر

ر ا الكائنين في سطح ه على ك ويكون ط ك على الفصل المشترك بين سطح مثلث

ح ح د وسطح دائرة ع ب د ونصل ط ك وخط ح ط ك الكائنين في سطح واحد

الكائنان

لا يتلاقيان فهما متوازيان ونسبة ه ط الى ط ح كنسبة ه ك الى ك د وكما يشاء

يكون نسبة ه ط الى ط ح كنسبة جيب قوس ه ع الى جيب قوس ع ح المساوية

لب د ونسبة ه ك الى ك د كنسبة جيب قوس ه ا الى جيب قوس ا د فنسبة

جيب قوس ه ع الى جيب قوس ب ح كنسبة جيب قوس ه ا الى جيب قوس د ا

اعني نسبة جيب الميول كنسبة جيوب قسيها وان كان ا ع ا ه ربعين يكون

جيب كل ميل الى جيب قوسها كنسبة جيب زاوية الى جيب القائمة وذلك

ما اردناه **برهان آخر** استعمله ابو الفضل النيريزي في شرح المجسطي

وابو جعفر الخازن ايضا في مطالب حروف مسل المسول الخروبي والمطالع

في الكرة المستقيمة قبل ان اقامة هولاء الفضلاء مقام الشكل القطاع

وتقريره على ما اورده هكذا فليكن مثلث ا ب ح من القسي العظام وفيه

زاوية ب قائمة ونخرج ضلعي ا ب ا ح الى ان يتم الربعان عند نقطتي ه د ونرسم

على قطب ا قوس ه د ونخرجه ونخرج ب ح الى ان يتلاقيا عند ط فيكون ط قطب

دائرة ا ه د ونخرج من مركز الكرة وهو ر انصاف اقطار عليها ر ط ر ب ر ه ر د

ولكون طاء طب ربعين يكون زاويتا طرء طب ء قايمتين وط ر عمودًا

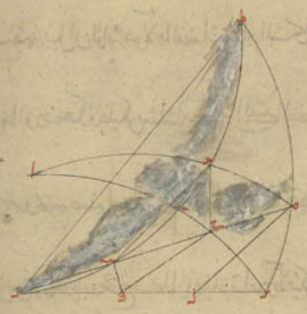
على سطح دايرة اء ويخرج من نقطة ر عمود رح على نصف قطره ر الذي هو الفصل

المشترك بين دايرتي اه د المتقاطعتين على قوايم فيكون عمودا على سطح دايرة

ه ء ومن ر عمود رس على اب الذي هو الفصل المشترك بين دايرتي ه ب اب ء من

ح عمود رح نه في سطح دايرة ه ء على الفصل المشترك الذي هو ء ز فيكون عمودي رس رح

نه في سطح دايرتين قطعتا سطح دايرة اب ء على قوايم على فصلها المشترك فهما عمودان



على سطح دايرة اب ء فيكونان متوازيين وبوجه آخر نقول لكون رس

ط ر في سطح دايرة واحدة عمودين على فصل مشترك يكونان متوازيين

وكذلك ح نه ط ر فاذن رس ط متوازيان ونصل نه سه ولاجل ذلك يكون

زاويتا ح نه سح سه نه قايمتان ولكون رح عمودا على سطح دايرة ه د

ه و ح نه في سطحها يكون زاوية رح نه ايضا قايمة فيكون سطح رح نه

سه متوازي الاضلاع ويخرج من ه عمود ه ل على ء ر فيكون ه ل ح نه سه

ومثلث ه ل ح نه ر متشابهين فيكون نسبة ل ه الى ه ر كنسبة نح

الى ح ر ول ه جنب قوس ه ء التي هي قدر زاوية ا ه ر جنب الزاوية القايمة

ونح المساوي لح س يساوي جنب ب ح و ح ر يساوي جنب ح ا الان

ح ح عمود على نصف قطره ر و ا تمام ه د من الربع فاذن نسبة جنب

زاوية ا الى جنب زاوية ب القايمة كنسبة جنب ضلع ب ح د الى جنب

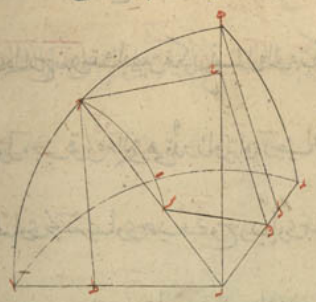
ضلع ا ح وذلك ما اردناه طريق آخر والبرهان الذي اورده

قايمتين

متوازيين

وتر

ابو محمود الخجندي قريب من هذا البرهان جدا بل هو هو وذلك ان نعيد
مثلث اب د ونتمم اه اد ربعين ويخرج من ر المركز انصاف اقطار عليها
را رد ره رب
را رء ره رب ونبين ان ار عمود على سطح دايرة ه د فيكون عمودا على انصاف
اقطار ه د د ر ء ر ويخرج عمود د ح على سطح دايرة ه د وعمودي د س ح ن ه
على سطح دايرة اب ء ونصل ن س ونبين ان د ح ن س متوازي الاضلاع



ه ل ح د ر
قايم الزوايا ويخرج عموده ه ل ونبين انه عمود د ح ن ه وان مثلثي ه ل ح ن ه
متشابهان ويخرج عمود د ط في سطح دايرة اه على الفصل المشترك الذي

يوازي ن ء

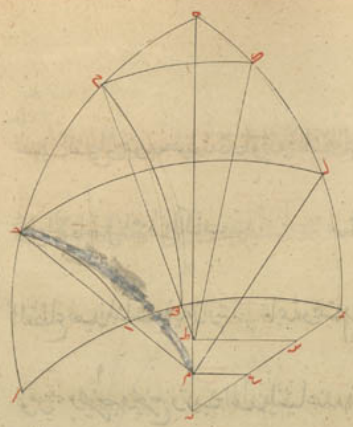
عليه

عليه ار ويكون موازيا لح د ويكون زوايا ر ط قوايم ولكون د ح عمودا
على ه ر يكون زاوية د ح ر ايضا قايمة فيكون سطح د ح ر ط ايضا متوازي
الاضلاع قايم الزوايا ونسبة ر ح اعني م ط جيب قوس اد الى ح ن اعني
د س جيب قوس ح ب كنسبة ه ر نصف القطر الى جيب القايمة الى
ه ل جيب زاوية ا وان فرضت على قوس اه نقطة اخرى كان حكمها هذا
الحكم فاذن نسب جيوب القسي الى الجيوب المسول متساوية وذلك
ما اردناه **برهان آخر** لابي الريحان نعيد مثلث اب د ونتمم ربعي اه
اد ونعلم على قوس اه نقطة ح في غير موضع د ونرسم ح ن من العظام قاطعة
لاه على قوايم فيكون زاويتا ب ن قايمتين ونرسم على قطب دايرة اء قوسين
د ح ك من مدارين احدهما بنقطة د والاخر بنقطة ح فيكونان متوازيين
لربعي اء ويخرج عمودي د م ح ط على نصف قطر ه وظاهر ان د م يساوي

ثم ش موازيين

جنب قوس اد ورط يساوي جنب قوس اح وذلك لكون دم جنب
قوس ده تمام د او ح ط جنب قوس مح تمام قوس اح ونخرج من نقطتي م ط
موقعي العمودين عمودي م ع ط س على نصف قطر ر ع فاون سطح دائرة
ه يقطع سطح دائرة اء على قوايم فهو يقطع سطح هذين المدارين ايضا
على قوايم اذ م قطب بقطب الجميع وعمود د م لكونه في سطح دائرة اه قايما على
الفصل المشترك الذي عليه ره يكون عمودا على سطح دائرة ءه ولكونه مارا
بمحيط المدار يكون المدار قايما على هذا السطح يكون هذا العمود وكون
بعينه في سطح مدار د ل ونخرج خط ا م وهو الفصل
المشترك بين دائرة بين سطح دائرة ءه ومدار د ل ولتوازي
سطح دائرة ءا او سطح مدار د ل ووقوع سطح دائرة ءه عليهما يكون
الفصلان المشتركان اللذان عليهما ا ل ا م متوازيين

٩ من سطحي دائرتي ده مح



وع م عمودا عليهما فيكون جنب قوس ع ل مساويا وموازيا لع م
وبين بمثل هذا البيان ان س ط مساو لجنب ع ك ثم نقول ع ل ب
قوسان من عظيمتين مارتان بقطب المتوازية وقد وقعا بين دوائر
متوازية فهي متساوية لما تبين في كتاب الاكر وكذلك ك ء ح نه
فيكون ع م مساويا لجنب ب ح د وس ط مساو لجنب د نه ولما كانت
نسبة د م الى م ع كنسبة ر ط الى ط س يكون نسبة جنب قوس ا د الى
جنب قوس د ب كنسبة جنب قوس ا ح الى جنب قوس ح نه اعني نسب

مارتين

ومساويا

جنوب القسي الى جنوب سولها متساويتين وذلك ما اردناه فهذا ما ذكره

هذه الافاضل في هذا الباب برهان آخر مستنبط من الشكل

القطاع نعيد المثلث وفيه زاوية ب قائمة ونتمم ربعي اه اده ونرسم

قوس ءه ويخرجه ويخرج وتر ب د الى ان يلتقيا عند ح فبالتركيب نسبة

جنب قوس رد ء الى جنب قوس ه د ء مؤلفة من نسبة جنب قوس د ب الى

جنب قوس ب ح د ومن نسبة جنب قوس د ا الى جنب قوس ا ه ولان رد ء د ب

ربعان يكون زاويتي ء ب قائمتين يكون في الاربعة الباقية نسبة

جنب قوس ا د ب الى جنب قوس د ب كنسبة جنب قوس ا ه اعني جنب

الزاوية القائمة الى جنب قوس ه د ء جنب زاوية او ذلك ما اردناه

وبوجه آخر نسبة جنب قوس د ب الى جنب ب ح بالتركيب مؤلفة

من نسبة جنب قوس د ا الى جنب قوس ا ه ومن نسبة جنب قوس ه د ء

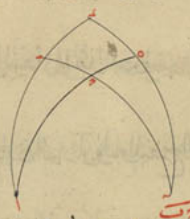
ونخرجها

الكون

الى جنب

الى جنب قوس ء ر فهي انصاف الاقطار واذا جعلناها احادا كما يجعله

ابو الريحان كانت قد ر نسبة جنب قوس د ب الى جنب قوس ب ر



المؤلفة هو جنب قوس د ب بعينه وقد نسبة جنب قوس د ا الى جنب

قوس ء ر الثانية هو جنب قوس ه د ء بعينه واذن اذا ضرب جنب قوس د ا

في جنب قوس ه د ء حصل جنب قوس د ب وجنب قوس د ب اذا ضرب في

الواحد كان الحاصل هو نفس د ب فجنب قوس د ا في جنب قوس ه د ء

كجنب قوس د ب في الواحد ولذلك يكون نسبة جنب قوس د ا الى

جنب قوس د ب كنسبة الواحد الذي هو نصف القطر جنب القائمة الى

جنب قوس ه د ء اعني جنب زاوية او ذلك ما اردناه واذا كان بدل

فهذه المقادير الستة ر ه ا ر د

ارباع وجوبها بقدر انصاف

الاقطار

قوس ه الاولى وهو جيب قوس

ا بعينه وقد نسبة جيب قوس

ه د الى جيب

فجيب

قوس اد قوس آخر كان حكمها حكم قوس اد فاذن نسبة جنوب القسي الى

جنوب سهولها كنسبة الجيب كله الى جيب زاوية ا وهمهنا

تم الكلام في البرهان على هذا الشكل اعتبار حكم الشكل في ساير المثلثات

المعنى

واما في المثلثات الحاد الزوايا والمنفرج الزاوية فالدعوى ما ذكرناه

في صدر الفصل وهو ان نسبة جنوب الاضلاع بعضها الى بعض كنسبة

جنوب الزوايا الموترة بتلك الاضلاع بعضها الى بعض فليكن مثلث

اب ح من القسي العظام غير قايم الزاوية اقول فنسبة جيب ضلع اب

الى جيب ضلع اد كنسبة جيب زاوية د الموترة بضلع اب الى جيب

زاوية ب الموترة بضلع اد برهانه نرسم قوسا من عظيمة تمر بقطب دايرة

ب ح دو بنقطة ا وليلق دايرة ب ح د على ء على قوايمه فان كانت

زاويتا ه حادتان وقعت نقطة د داخل المثلث

وان كانت احديهما منفرجة وقعت خارج المثلث مما يلي الزاوية المنفرجة

وليكن في احدى هاتين الصورتين زاوية ب منفرجة وعلى التقديرين

يحدث مثلثان قايما الزاوية احدهما اب ء والثاني اد ء ففي المثلث الاول

يكون نسبة جيب قوس اب الى جيب قوس اء كنسبة جيب قوس الزاوية

القايمة اعني زاوية د الى جيب زاوية ب وفي المثلث الثاني نسبة جيب

قوس اء الى جيب قوس اد كنسبة جيب زاوية د الى جيب الزاوية القايمة

اعني زاوية ح فبالمساواة المضطربة نسبة جيب قوس اب الى جيب

قوس اد كنسبة جيب زاوية د الى جيب زاوية ب وذلك ما اردناه

وبوجه آخر لنا اربعة مقادير متناسبة في المثلث الاول واربعة مقادير

اخرى متناسبة فى المثلث الثانى وكان الثانى والثالث من الاربعة الاولى

الاربعة مساويين للاول والرابع من الاربع الثانية فسطح الثانى فى الثالث

من من الاربعة الاولى مساو لسطح الاول فى الرابع فى الاربعة الثانية ويلزم

من ان يكون سطح الاول فى الرابع فى الاربعة الاولى مساويا لسطح الثانى فى

الثالث من الاربعة الثانية ونسبة الاول من الاربعة الاولى اعنى نسبة

الى الثانى من الاربعة الثانية جب قوس اب اعنى جب قوس اد كنسبة الثالث من الاربعة الثانية اعنى

جب زاوية د الى الرابع من المقادير الاول اعنى جب زاوية ب وذلك ما اردناه

اح برهان اخر للامير ابى نصر بعد مثلث اد فى صورة حاد الزوايا وفى صورة منفرج

ب اح زاوية ب ونخرج ب د الى ان يصير كل واحد من قوسى د ب ب ك ربعا وكذلك

وطه كد قوسا ده د طه نصف قوسى طه ك من العظام وهما قدرا زاويتى د ب ا ان كانتا

حادتين وتمام قدر ب المنفرجة من نصف الدور ان كانت منفرجة وعلى التقدير

يكون جنباهما جنبا زاويتى د ب ولتكن مركز الكرة ر ويخرج منه انصاف

اقطار ر ب ر ح ر د ر ه ر ط ر ك ويكون كل واحد منها فصل مشترك بين دائرتين فصلا مشتركا

وذلك ظاهر ويخرج من نقطة ا ثلثة اعمدة احدها فى سطح دائرة ب اعلى الفصل

المشترك الذى عليه ب ر وهو ام ويكون لا محالة موازيا لقطر د ر والثانى لنصف قطر د ر

عمود ال فى سطح دائرة د على الفصل المشترك الذى عليه د ر ويكون موازيا ح ا

لقطر ر والثالث عمود انه فى سطح دائرة ط ب ح ونصل ا م م ن ن ا فيكون ان

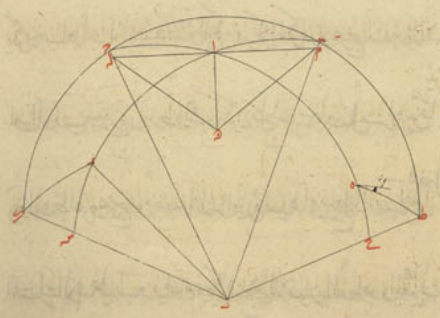
عمودين على الفصل المشترك كما بين فى المقدمة ويخرج من ه عمود ه ح على

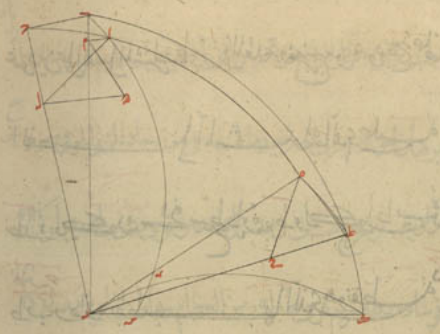
الفصل المشترك الذى عليه

ط ر ويكون فى سطح دائرة ه ط ولكون دائرتى

ط ب ح ر ماره بقطبيها الذى هو نقطة د

فيكون سطح دائرة ط ه قاطعا لسطح دائرة ط ب د





على قوايم

على قوايم ومخرج ايضا عمود ع سه ويبين انه عمود على سطح دايرة ط ب د ومكون ح عمودا على سطح ط ب ح

ايضا واذا تقرر ذلك يبين تشابه مثلثي انه ل م ح ر لتوازي ضلعي ل م ر

وضلعي انه ح وضلعي ن ل ح و وتشابه مثلثي انه م ه سه ر لمثل ذلك فيكون

نسبة ضلع ام الى ضلع انه من مثلث ام ن كنسبة ضلع ر ع نصف القطر

الى ضلع ع سه من مثلث د ر سه ونسبة ضلع انه الى ضلع ال من مثلث

انه ل كنسبة ضلع ه ح الى ضلع ه ر نصف القطر من مثلث ه ح ر وحكم

ر د ه لتشاويهما

ر ع ه ولتشاويهما واحد وبالمساواة المضطربة نسبة ام الى ال كنسبة

ه ح الى ع سه وام هو جيب ضلع ب وال هو جيب ضلع ا وه ح هو جيب ط ه

اعني جيب زاوية ح وع سه جيب ع ك اعني جيب زاوية ب فنسبة

جيب قوس ا ب الى جيب قوس ا د كنسبة جيب زاوية د الى جيب زاوية ب

وذلك ما اردناه **الكلام في فروع المغني ولواحقها** الفرع الاول

كل مثلث قايم الزاوية من القسي العظام فنسبة جيب تمام احد ضلعي
القايمة الى جيب تمام وترها كنسبة جيب القايمة الى جيب تمام الضلع الثالث
فليكن المثلث اب د والقايمة زاوية ب نقول فنسبة جيب تمام ضلع ب ح الى جيب
تمام ضلع اد كنسبة الجيب كله الى جيب تمام ضلع اب برهانه نخرج اد اب الى تمام
ربعي اه اء ونخرج ه ب د الى د وهو قطب اء فقطاع ء ر اد من ارباع نامه وفيه
زواياه ب قوايم ولما مر في الشكل المغني يكون نسبة جيب قوس ر ح الى جيب قوس ر ه

كنسبة جيب قوس ر ب الى جيب قوس ر ء وردهو تمام د اور ب الجزء الاعظم
الى جيب تمام اب وذلك ما اردناه وجه آخر وقد اورد ابو الفضل النيريزي وابو جعفر
الخازن كل واحد منهما في تفسيره للمجسطي شكلا لمعرفة المطالع يتبين هذا البرهان منه

ح ل
او ر ح هو تمام ب ح
و ح ه هو تمام ح ا وجيب
ر ب الجزء الاعظم و ب د تمام
ا ب فاذن نسبة جيب تمام
ب ح الى جيب تمام ح ا كنسبة
الجيب الاعظم الى جيب تمام
وذلك ما اردناه

وقرين

وقرين بان نعيد الشكل الذي اوردناه رواية عنهما للبرهان على المغني ويتبين
بالبيان المذكور هناك ان سطح د ح ن سه متوازي الاضلاع وح قايم الزوايا
وان عمود د ح عمود على سطح دايرة ه ء فيكون سه ن الموازي له ايضا عمودا على
ذلك السطح ويكون مثلث سه ن ر قايم الزاوية فان زاوية ن قايمة ونخرج
من ب عمود ب ع على ء ر في سطح دايرة اب وسه ن في ذلك السطح فيكون مثلثا
ر ب ع ر سه ن متشابهان ونسبة ر سه جيب تمام ب د الى سه ن المساوي ح
ح اعني جيب تمام اد كنسبة ر ب نصف القطر اعني الجيب الاعظم الى
ب ع جيب تمام اب وذلك ما اردناه

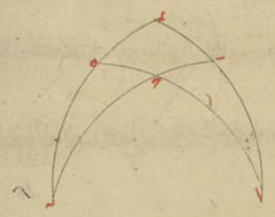
متشابهين

ر ع

الفرع الثاني كل مثلث قايم الزاوية من القسي العظام فنسبة جيب تمام زاوية
منه غير القايمة الى جيب تمام وترها كنسبة جيب الزاوية الاخرى غير القايمة
الى جيب الزاوية القايمة ونعيد مثلث ا ب ج وفيه زاوية ب قايمة نقول فنسبة
جيب تمام الزاوية ا الى جيب تمام الضلع ب ج كنسبة جيب زاوية ج الى
جيب الزاوية القايمة ونعيد مثلث ا ب ج وفيه زاوية ب قايمة نقول فنسبة
جيب تمام زاوية ا الى جيب تمام ضلع ب ج كنسبة جيب زاوية ج الى جيب زاوية ب
القايمة برهانه نتمم قطاع ا د ج ا ه د من الاذراع التامة فيكون مثلث د ه د ايضا زاوية
ه د ج قايمة وفيه بحكم الشكل المغني يكون نسبة جيب ج د الى جيب ج ه كنسبة جيب زاوية
ج الى جيب زاوية ه القايمة ولكن ج ه تمام ج ه التي قدر زاوية ا ودر تمام ب ج

زاوية ب القايمة

٩ ٤ ل
التي هي قدر



التي هي

التي هي وتر زاوية ا يكون في مثلث ا ب ج نسبة جيب تمام زاوية ا الى جيب تمام
ضلع ب ج كنسبة جيب زاوية ج الى جيب الزاوية القايمة وذلك ما اردناه
وعلى هذين الفرعين تدور جميع المسايل المبنية على فروع الشكل المغني قال
الامير ابو نصر كل زاوية غير القايمة في مثلث قايم الزاوية الكاين من القسي
العظام يكون بقدر تمام ميل تمام وترها من الميل الذي يكون اعظم بقدر ٩ اعظم
الزاوية الاخرى غير القايمة من ذلك المثلث وبالعكس يكون وترها تمام قوس
يكون تمام ميلها هو قدر الزاوية الموترة بهذا الوتر والميل من الذي وصفنا
اعظم وذلك ان قدر زاوية ا من مثلث ا ب ج من القطاع الذي اردناه في ٩ اعظم اوردناه
الفرع الثاني هو ه د التي هي تمام ه ر وه ر هو ميل قوس ب ج فاذن ه د تمام ميل
تمام ب ج من الميل الموصوف وايضا ضلع ب ج تمام د ر التي هي قوس ميلها
بجنب زاوية ج هو قوس ر ا الذي هو تمام زاوية ا وهذا المعنى يفيد التنبيه

٩ اعظم
٩ من الميل الذي يكون اعظم بقدر زاوية ج وقوس ج ر تمام قوس ب ج هو

على النسبة التي بين الزاوية والوتر اما في العمل فنابذته راجعة الى الفرع الثاني

وههنا نوع آخر وهو ان نقول نسبة جيب تمام وترها كنسبة جيب

وتر الزاوية الاخرى غير القائمة الى وتر الزاوية القائمة اعني نسبة جيب

تمام زاوية ا الى جيب تمام قوس ب ه كنسبة جيب قوس ب ا التي هي

وتر زاوية د الى جيب قوس ه ا د التي هي وتر القائمة والعلة فيه ان نسبة

جيب قوس ه ر الى جيب قوس ر د كنسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس

ا د كما تبين في المغني وهذا الفرع ليس في استخراج المجهولات بكثير

النفع لان المجهول فيه لا يتبين الا بمعرفة ثلث معلومات غير القائمة وبالمغني

وفرعيه الآخرين يتبين بمعلومين فقط وقد ذكر لهذا الشكل فروع

ولواحق غير ما قلناه وفيما ذكرنا كفاية بحسب ما نقصده الآن وقد لقب ابو

محمود الخجندي هذا الشكل بقانون الهيئة وغيره لقبوه بالمغني عن القطاع

وذكر

تمام الزاوية عن القائمة الى الجيب

جيب

غير القائمة

وذكر ابو الريحان في كتاب مقاليد علم هيئة ما يحدث في بسيط

الكرة ان السبتي في اقامة هذا الشكل مقام الشكل القطاع كان

للامير ابي نصر ولما لقب المغني فرسمه الكيا كوشيار بن لبان الجيلي

به اقول وفيه نظر لان الامير ابا نصر قال في الجملة الثانية من المقالة

الاولى من كتابه الموسوم بالمجسطي الشاهي في صدر الباب الثالث

المشتمل على بيان هذا الشكل بهذه العبارة الباب الثالث فيما

يغني عن الشكل القطاع وذكر في هذا الباب بعد ان ذكر الرسالة

التي عملها ثابت بن قرة في اختلاف وقوعات الشكل القطاع فقال

وعمل ايضا رسالة فيما يغني عنه جنسه يغني عن الشكل القطاع الا

انه لا يدل على ذلك من استعمال النسبة المؤلفة واما انا فاذكر

ههنا ما يغني عن الشكل القطاع والنسبة المؤلفة وهذا

ليان

ثابت بن قرة

على

ثابت بن قره

يدل ان اللقب ايضا وضعه الامير ابو نصر او اخذه من ثابت بن قره والله

اعلم الفصل السادس في الشكل الظلي وشرح فروعه ولواحقه السبق في

استنباط هذا الشكل لابي الوفا البوزجاني بلا منازع من غير علم

تنازع

ما ذكره ابو الريحان والدعوى فيه ان في المثلث القايم الزاوية التي

الذي

يكون من القسي العظام يكون نسبة جيب احد ضلعي القايمة الى جيب

الزاوية القايمة كنسبة ظل الضلع الاخر من ضلعي القايمة الى ظل

الزاوية الموترة به وقبل الخوض في البرهان عليها اقول المراد ههنا

من ظل القوس هو ما يفصله قطران يمران بطرفي تلك القوس من العمود

الخارج من احد طرفيها على القطر المار بذلك الطرف ويكون ذلك

العمود موازيا لجيب تلك القوس اذا كان عمودا على ذلك القطر ايضا

فلنرسم دايرة عليها ا ب ج د ومركزها ه ونفصل منها قوسا ما هي قوس ا ب

ويخرج

ويخرج قطرين يمران بنقطتي ا ب مثل قطر ا د ج ويخرج من ا على د

عمودا ا ز الى ان يلاقي قطر ج ب على ز فا ز هو ظل قوس ا ب وهو موازي ا ب

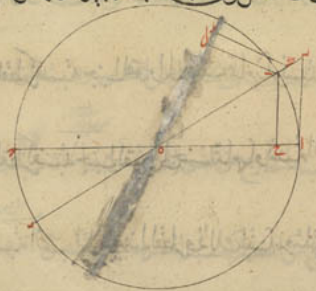
ح جيبها وايضا يخرج عمود ه ط من المركز على ا د وعمود ط ك من نقطة

ط فيكون ط ك ظل قوس ط ا ب و ب ل جيبها وهما ظل تمام قوس ا ب

هما

جيبها

جيبها



جيبه

جنبيه والمنجمون يسمون ما سميناه ظلا على الاطلاق بالظل

الاول والظل المعكوس لقوس ا ب التي هي بالقياس الى الظل قوس

الارتفاع ويسمون ط ك بالقياس الى قوس ا ب ظلا ثانيا وظلا

مستويا ويسمون ه ز بقطر الظل الاول و ك ه بقطر الظل الثاني و

وبالظل الاول

بالاجزاء يقدرون القطر لتقدير الظل الاول بالاخرى التي يقدرون الجنوب
والاوتار ولتقدير الظل الثاني تارة باثني عشر جزءا يسمونها اصابع
وتارة بسبعة اجزاء وستة اجزاء ونصف يسمونها اقدام فالظل
الاول لكل قوس هو الظل الثاني لتمامها وبالعكس ونسبة الظل الى
نصف القطر كنسبة جيب القوس الى جيب تمامها ونسبة الظل الى
نصف القطر كنسبة جيب القوس الى جيب تمامها ونسبة الظل الى قطر
الظل كنسبة الجيب الى نصف القطر وذلك لتشابه مثلثي ر ا ه ب ح
وايضا ليشابه مثلثي ا ر ه ك ط ه يكون نسبة ر ا الى ا ه كنسبة ه ط
اعني ا ه الى ط ك فيكون نصف القطر في النسبة وسطا بين ظل القوس
وظل فظل تمامها ويلزم منه ان يكون نسبة ظل كل قوس الى ظل قوس اخرى
كنسبة ظلي تماميهما على التكافي وايضا يكون نسبة ظل كل قوس

الى

الى ظل تمام قوس آخر كنسبة ظل القوس الآخر الى ظل تمام القوس الاول
وكل عدد ضرب في عدد وقسم على عدد آخر وكان الواحد وسطا في النسبة
بين المضروب فيه والمقسوم عليه كان الحاصل من الضرب والخارج من
القسمة عددا واحدا وذلك لان نسبة الواحد الى المضروب فيه يكون
كنسبة المضروب الى الحاصل من الضرب ونسبة الواحد الى المقسوم
عليه كنسبة الخارج من القسمة الى المقسوم وبالخلاف نسبة المقسوم
الى الخارج من القسمة كنسبة المضروب الى حاصل الضرب وبالابدال
نسبة المقسوم الى المضروب كنسبة الخارج من القسمة الى حاصل الضرب
وكان المضروب والمقسوم في الفرض عددا واحدا فاذن حاصل الضرب و
الخارج من القسمة يكون عددا واحدا واذا تقرر ذلك فانا اذا قدرنا نصف
القطر بجزء واحد كما قدره ابو الريحان كان الحاصل من ضرب كل عدد فرض

اخرى الاخرى الاولى

نسبة المقسوم عليه الى الواحد كنسبة المقسوم وبالخلاف نسبة المقسوم الى الخارج من القسمة وبالابدال نسبة المقسوم عليه الى المضروب يكون كنسبة الخارج من القسمة الى حاصل الضرب

نسبة المقسوم عليه الى الواحد كنسبة الواحد الى المضروب فيه يكون

في ظل كل قوس هو الخارج من قسمته على ظل تمام ذلك القوس وايضا كل
عددين كان الواحد وسطا بينهما في النسبة ضرب احدهما في عدد ثالث
وقسم الاخر على ذلك العدد الثالث كان الواحد ايضا وسطا بين حاصل
الضرب والخارج من القسمة وذلك لان نسبة الواحد الى العدد الثالث
المضروب فيه كنسبة العدد الاول الذي هو المضروب الى الحاصل من الضرب
ونسبة الواحد الى العدد الثالث المقسوم عليه ايضا كنسبة الخارج
من القسمة الى المقسوم وسطح المضروب في المقسوم المساوي لمربع واحد
مساو لسطح حاصل الضرب في الخارج من القسمة فضرب حاصل الضرب
في الخارج من القسمة ايضا مساو لمربع الواحد والواحد وسط في النسبة
بينهما واذا كان ذلك كذلك فكل عدد ضرب في ظل قوس وقسم عليه
ظل تمام ذلك القوس كان الحاصل من الضرب والخارج من القسمة ظلان

حاصل

الى العدد الثاني المقسوم فنسبة المضروب الى حاصل الضرب كنسبة الخارج من القسمة

يتوسط نصف القطر بينهما ويكون قوسا هما معا مثل ربع الدور وايضا
اذا كان الواحد وسطا في النسبة كان الواحد وسطا في النسبة بين ه و ر

ثاره بين ا ب وثاره بين ح د وضرب ا في ح فحصل ه ب في د فحصل ر

وذلك لان نسبة الواحد الى د كنسبة ا الى ه وبالخلاف نسبة د الى الواحد
كنسبة ه الى ا ونسبة الواحد الى ح كنسبة ب الى ر لكن نسبة د الى الواحد
كنسبة الواحد الى ح فنسبة ه الى ا كنسبة ب الى ر وفي ركاف ب الذي
هو كمربع الواحد فه ن مساو لمربع الواحد والواحد وسط بينهما في النسبة
وايضا ان قسم ا على د فحصل ه وقسم ب على ح فحصل ر كان الواحد وسط
ا بين ه و ر وذلك لان نسبة الواحد الى د نسبة ه الى ا وبالخلاف نسبة
د الى الواحد كنسبة ا الى ه ونسبة الواحد الى ح كنسبة ر الى ب فنسبة
ا الى ه كنسبة ر الى ب وسطح ا في ب كسطح ه في ر فالواحد وسط في النسبة

فه في ر فالواحد

وسطا في النسبة بين ه و ر

بين ه و ز و يتبين منه انا اذا ضربنا ظل قوس في ظل قوس وضربنا ظل تمام
احد القوسين في ظل تمام الاخرى كان الحاصل من الضربين ظلي قوسين
احدهما تمام الآخر وكذلك في القسمة اذا قسمنا ظل قوس على ظل قوس و
قسمنا ظل تمام الاولى على ظل تمام الثاني كان الخارجان من القسمة ظلي
قوسين احدهما تمام الآخر وايضا اذا كان عددان كاب قسم اعلى ب
فحصل د و ب على ا فحصل ء كان الواحد وسطا في النسبة بين د و ء وذلك
لان في القسمة الاولى نسبة الواحد الى ب كنسبة د الى ا وبالابدال والخلاف
نسبة د الى الواحد كنسبة اب الى ب وفي القسمة الثانية نسبة الواحد
الى ا كنسبة ء الى ب وبالابدال نسبة الواحد الى ء كنسبة ا الى ب

الحاصلان

احدهما

فاذن

فاذن نسبة د الى الواحد كنسبة الواحد الى ء ويتبين منه انا اذا قسمنا
عددا على عدد فحصل ظل قوس كان الحاصل من قسمة العدد الثاني على العدد
الاول ظل تمام ذلك القوس فهذه وامثالها من خواص الظل وفي معرفتها
غناء عظيم في هذا الباب ونرجع الى المقصود ونجعل اكثر بيانات هذا الشكل
محاذية لبيانات الشكل المغني ونبدء بالمقدمة التي نسقها المقدمة التي اوردها
الامير ابو نصر هناك وهي هذه مقدمة اذا تقاطع سطحان مستويان
على غير قوائم وفرض على احدهما نقطة واخرج منها عمودان احدهما قائم
على السطح الذي خرج منه ومنتهاه الى السطح الآخر والثاني في السطح الذي
خرج منه على الفصل المشترك بين السطحين ثم وصل بين منتهى العمود
في السطح الآخر وبين موقع العمود من الفصل المشترك فليكن الفصل
بين السطحين اب والنقطة على السطح الاول د وليقم عليه عمود د ء و

بخط مستقيم كان الخط الواصل عمودا على الفصل المشترك

المفروضة

نقطة المنتهى على السطح الثانى وليقسم من د فى السطح الاول عمود ده على اب

ونصل ءه ونقول انه ايضا عمود على اب برهانه نفرض على اب نقطة

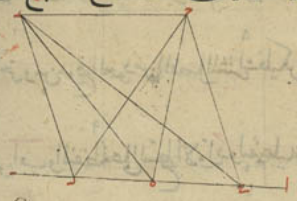
اخرى وليكن ز ونصل دز ءز فلكون زاوية ءدز قائمة يكون مربع ءز مساويا لمربعى

مساويا لمربعى ءد دز ومربع دز كان مساويا لمربع ده ومربع ءز مساويا لمربعات دء ده

فاذن زاوية ءزه قائمة وذلك ما اردناه برهان آخر نفصل مح مساويا له

ز ونصل دح ءح ففى مثلثى دح ده ضلعا ده دح مساويان لضلعى ده

ه ز زاويتاه قائمتين فلذلك يكون دح مساويا لح ز ويكون ءدح قائمتان



لدد

لدد دز زاويتاء دح ءد دح دز قائمتين يكون ءح مساويا لدد ولتساوى

اضلاع مثلثى ءح ه ءد ه يكونان زاويتاه متساويتين فاذن ءه عمود على

اب وذلك ما اردناه برهان آخر مستنبط من الشكل القطاع بعيد

مثلث اب د من القسى العظام وفيه زاوية ب قائمة ونخرج اب اد

الى ان يتم اءاه ربعين ونتمم قطاع ءرا من الارباع فيحكم الشكل القطاع

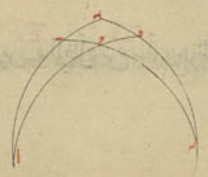
نسبة جيب قوس ب ح الى جيب قوس د ح تمامها مؤلفة من نسبة جيب

قوس ب ا الى جيب قوس ا د ومن نسبة جيب قوس ه د الى جيب قوس د ز

تمامها ونسبة كل جيب قوس الى جيب تمامها كنسبة ظلها الى نصف

القطر فلذلك نسبة ظل قوس ب ح الى نصف القطر مؤلفة من نسبة جيب

قوس ب ا الى نصف القطر ومن نسبة ظل قوس ه د الى نصف القطر



واذا القينا الثاني والسادس من هذه المقادير الستة لتساويهما
بقيت الاربعة متناسبة نسبة ظل ب د الى جيب ب ا كنسبة ظل
ع ه الى نصف القطر وبوجه آخر اذا اخذنا نصف القطر واحدا جيب ما
اخذه ابو الريحان كان قد نسبته ظل قوس ب ح د الى نصف القطر هو
ظل قوس ب ح د الى نصف القطر هو ظل قوس ب ح د نفسه وقد نسبة جيب
قوس ب ا الى نصف القطر هو جيب قوس ب ا نفسه وقد نسبة ظل قوس
ع ه الى نصف القطر هو ظل قوس ع ه نفسه فيكون ظل قوس ب ح د مؤلفا
من جيب قوس ب ا وظل قوس ع ه اعني يكون ظل قوس ب ح د مساويا لضرب
جيب قوس ب ا في ظل قوس ع ه بل ضرب ظل قوس ب ح د في الواحد كضرب جيب
قوس ب ا في ظل قوس ع ه فيكون نسبة جيب ب ا الى الواحد اعني نصف
القطر كنسبة ظل قوس ب ح د الى ظل قوس ع ه الذي هو ظل زاوية ا وهكذا

حب

قوس

ان كان كل قوس ب ح د قوس اخرى فاذن نسب جنوب القسي بعضها الى بعض
كنسب اظلاها وعروضها بعضها الى بعض وذلك ما اردناه وقد تبين هاهنا
ان مرجع هذا الشكل الى تفصيل مطلوب من الشكل القطاع كما كان مرجع
المغني الى تفصيله **اعتبار حكم هذا الشكل في ساير المثلثات** ولنعلم
ان الحكم المبين بهذا الشكل نوعا من الاختصاص والتشبث فالزاوية
القائمة ليس لشكل المغني ذلك ولذلك لم يكن اعتبار حكم هذا الشكل
في المثلثات الحادة الزوايا والمنفرجة الزاوية من غير اعتبار زاوية قائمة
فيها وهذا هو علة يحدث هذا الشكل عن الشكل المغني في الفضيلة
مع كونهما كتوأمين تراضعا بلبان بعد استلزامه دون المغني لتفاوت
تقيضه فرط التزايد في بعض الاظلال على ما سيأتي الكلام فيه فاذا اردنا
اعتبار هذا الشكل في المثلثات المذكورة رسمنا قوسا من دائرة عظيمة

بدل

تركيبه

للحكم

بالزاوية

للشكل

تخلف

كتوأمين

يقتضيه

مقادير

وبقوم تمر باحدى زواياها ومقسوم على الدايرة التى منها وتر تلك الزاوية على قوايم

فليكن فى مثلث اب د زاويتا ا د حادتين وزاوية ب تارة حادة وتارة منفرجة

وليمر باقوسا ا ء القابلة لقاعدة ب د عند ء على قوايم ونقول نسبة ظل زاوية ح كنسبة

جيب قوس د ء الى جيب قوس ب د وذلك لان فى مثلث اب د القايم الزاوية نسبة

ظل زاوية ب الى ظل قوس ا ء كنسبة الجيب الاعظم الى جيب قوس ب د وفى مثلث

قوس ظل زاوية ب الى ح

ا ء د القايم الزاوية نسبة ظل قوس ا ء الى ظل زاوية ب كنسبة جيب قوس د ء

الى الجيب الاعظم فبالمساواة المضطربة نسبة ظل زاوية ب الى ظل زاوية د

كنسبة جيب قوس د ء الى جيب قوس ب د وذلك ما اردنا موايضا يكون

نسبة

نسبة ظل زاوية ب الى ظل ب كنسبة ظل زاوية د ا ء الى ظل د ء لان كل واحد

منهما كنسبة الجيب الاعظم الى جيب ا د وبالابدال نسبة ظل زاوية ب ا ء الى

ظل زاوية د ا ء كنسبة ظل ب الى ظل د ء الكلام فى فروع الشكل الظلى ولها حقها

الفرع الاول كل مثلث قايم الزاوية فنسبة جيب تمام زاوية حادة نفرض

فيه الى جيب الزاوية القايمة كنسبة ظل تمام وتر القايمة الى ظل تمام الضلع

الواقع بين القايمة والحادة المفروضة او كنسبة ظل الضلع الواقع بين الزاويتين

الى ظل وتر القايمة فليكن المثلث اب ح والقايمة زاوية ا والحادة المفروضة زاوية ب

ا نقول فنسبة جيب تمام زاوية ب الى الجيب الاعظم الذى هو جيب زاوية ب

كنسبة ظل تمام قوس ا د الى ظل تمام قوس ا ب برهانه نتمم قطاع ا ء د من الاربع

ويكون فيه حكم الشكل الظلى نسبة جيب قوس ر ه الى جيب قوس ر ء كنسبة ظل

قوس ر ح الى ظل قوس ء ب وقوس ر ه تمام قوس ه د التى هى قدر زاوية ا د قوس ر ه

وجيبها

وهي الربع وهي قدر القايمة وجيب الجيب الاعظم وقوس ه ح تمام قوس د ا وقوس

ح ب هي تمام قوس ب ا فاذن نسبة جيب تمام زاوية ا الى جيب زاوية ب

كنسبة ظل تمام قوس د ا الى ظل تمام قوس ب ا وذلك ما اردناه برهان آخر

نسبة جيب قوس ا ب الى جيب قوس ب ح بالتفصيل في قطاع ح ر ا د التي هي

ظل ا ب مؤلفة من نسبة جيب قوس ا د الى جيب قوس د ه اعني ظل ا د ومن نسبة

جيب قوس ه ر الى جيب قوس ر ح الذي هو نصف القطر فاذن نسبة ظل

ا ب الى ظل ا د كنسبة جيب ظل تمام ا د الى ظل تمام ا ب فاذن نسبة جيب تمام

زاوية ا الى جيب زاوية ب كنسبة ظل تمام ا د الى ظل تمام ا ب وذلك ما اردنا

الفرع الثاني نسبة جيب تمام وتر الزاوية القايمة الى جيب الزاوية القايمة

كنسبة ظل تمام احدى الزاويتين الباقيتين الى ظل الزاوية الاخرى ونعيد الشكل

ونقول

اعني جيب تمام زاوية ا فضرب ظل ا في جيب تمام زاوية ا كضرب ظل ا ب في الواحد وهو بالفرض نصف القطر

ونقول في مثلث ا ب د نسبة جيب تمام ا د وهو وتر زاوية ب الى الجيب

الاعظم وهو جيب زاوية ب كنسبة ظل تمام زاوية ا الى ظل زاوية ب برهانه

لما كانت زاوية ه في مثلث ر د ه في القطاع المذكور قايمة كانت نسبة جيب

قوس د ه الى الجيب الاعظم كنسبة ظل ضلع ه ر الى ظل زاوية د وقوس د ه

هي تمام ا د وه ر هي تمام ه ا التي هي قدر زاوية ا فاذن في مثلث ا ب د نسبة جيب

تمام ا د الى الجيب الاعظم كنسبة ظل تمام زاوية ا الى ظل زاوية د وذلك ما

اردناه فرع آخر نسبة ظل تمام زاوية غير قايمة الى ظل ضلع يقع بينهما

وبين القايمة كنسبة جيب تمام وتر القايمة الى جيب الضلع الثالث و

نعيد الشكل ونقول في مثلث ا ب د نسبة ظل تمام زاوية ا الى ظل ا ب

كنسبة جيب تمام ا د الى جيب ب د وذلك لان في القطاع المذكور نسبة

ظل ر د اعني تمام زاوية ا الى ظل ا ب كنسبة جيب ه د اعني تمام ضلع ا د الى جيب

وعلى هذين الفرعين مدار اكثر المسائل المبنية على فروع هذا الشكل

دب وذلك لتساوى زاويتى د فى المثلثين وكون زاويتى ه ب قائمتين وذلك

ما اردناه وهذا الفرع لا يجدى كثيرا لان المجهول به انما يعرف بمثلثة معلومات

ويعرف بغيره بمعلومين فرع آخر كل زاوية غير قائمة فى مثلث قائم الزاوية

يكون بقدر تمام عرض تمام وتر الزاوية القائمة من العرض الذى يكون اعظمه بقدر

الزاوية الاخرى غير القائمة وبالعكس وتر الزاوية القائمة فيه يكون بقدر تمام

قوس عرضها تمام زاوية غير القائمة من العرض الذى يكون اعظمه بقدر الزاوية الاخرى

غير القائمة ونعيد لبيانه القطاع المذكور فيكون فيه زاوية آ من مثلثات د بقدر

ده وعه تمام ده وه عرض ه د واعظمه بحسب زاوية د وه د تمام د آ فزاوية آ

بقدر تمام عرض تمام آ د من العرض الذى يكون اعظمه بقدر زاوية ح

وايضا وتر آ د تمام د ه وهى عرض قوس ده وه تمام زاوية آ فا د تمام قوس عرضه

تمام زاوية آ من العرض الذى اعظمه بقدر زاوية د وحكم هذا الفرع حكم نظيره فى

المعنى وههنا نقطع الكلام فى هذا الشكل ونختمه بخاتمة هى هذه خاتمة

هذا الفصل اعلم ان جماعة من الافاضل طعنوا فى هذا الشكل بسبب فرط

تزايد اظلاول فى تزايد على ثمن الدور وتزايد ذلك الاظلاول ضرورة على نصف

القطر لان ظل ثمن الدور يساوى نصف القطر واذا وضعت الاظلاول فى

جداول تتزايد فيها بمقادير متساوية صارت مقادير ما بين سطورها

من الاظلاول بعد الثمن متزايدة تزايدا فاحشا ولذلك لم يسق معه ناخذ الاظلاول

منها سعد بل ما بين السطرين المعهود فى سائر الجداول واذا انصفنا من انفسنا

لم يجب ان نحكم بالقدح فى هذا الشكل من هذه الجهة لان اخذ الاظلاول ليس

بواجب ان يكون من الجداول ومع هذا قلنا ان نعمل بهذا الشكل فى جميع

الاظلاول مع الاقتصار على معرفة اظلاول ثمن الدور فقط فان للاظلاول

ثمن الدور

ثقة

ثقب

بنفسه

خواص دون الجنوب من جهتها تقوم البعض منها مقام البعض الاخر وقد ذكرنا
طرفا من ذلك في صدر هذا الفصل والآن نبين كيف يعمل بجميع الاظلول
مع الاقتصار على معرفة الاظلول لما تنقص عن ثمن من الدور فنقول لقد تبين من
هذا الفصل ان المقادير الاربعة المتناسبة الواقعة في كل صورة من صور
هذا الشكل مشتمل على جنبين احدهما الجنب الاعظم في اكثر الاحوال وعلى
ظلين وتعرف المجهول منها انما يكون لضرب وقسمة واذا فرضنا مقدار نصف
القطر واحدا كان الضرب فيه والقسمة عليه ساقطين في العمل فيبقى لنا اما
ضرب واحد واما قسمة واحدة والمجهول يكون اما جنبا او ظلا فان كان
جنبا فلا شك انه انما يحصل اما من ضرب ظل في ظل او من قسمة ظل
على ظل وان كان ظلا فهو انما يحصل اما من ضرب ظل في جنب او من قسمة
ظل على جنب او من قسمة جنب على ظل وهذه خمس صور اما الصورة الاولى

وهي

وهي ان يكون المجهول جنبا ويحصل من ضرب ظل في ظل ولا يمكن ان يكون
الظلان كلاهما اعظم من نصف القطر لان نسبة الواحد الى احدهما
يكون كنسبة الاخر الى الجنب المط فان كان احد الظلين اعظم من الواحد
كان الجنب المط اعظم من الظل الآخر ولا يكون جنب اعظم من نصف القطر
فاذن الظل الآخر يكون اصغر من نصف القطر فاذن اما ان يكون الظلان
كلاهما اصغر من نصف القطر او يكون احدهما اعظم والآخر اصغر
اما الاول فلا كلام فيه ههنا واما الثاني فاذا فيمنا الظل الذي هو
اصغر من نصف القطر على ظل تمام القوس التي ظلها اعظم من نصف
القطر كان الحاصل هو الذي يحصل من ضرب احد ذينك الظلين
في الآخر على ما يبين في صدر الفصل وان وقع في غير هذه الصور ظلان
كلاهما اعظم من نصف القطر اردنا ضرب احدهما في الآخر حتى يحصل

ظل آخر ضربنا ظل تمام المضروب في ظل تمام المضروب فيه فما يحصل فهو ظل
تمام القوس المطلوبة على ما بين واما الصورة الثانية وهو ان يكون المط من
قسمة ظل على ظل جيب او في هذه الصورة يكون المقسوم اقل من المقسوم عليه
لان الخارج من القسمة يجب ان يكون اصغر من الواحد فالظلان ان كانا
اعظم من نصف القطر قسمنا ظل تمام قوس المقسوم عليه على ظل تمام قوس المقسوم
فما حصل فهو الجيب المطلوب وذلك لان نسبة الظل الى الظل كنسبة
ظل تمامي قوسيهما على التكافؤ كما مر وان كان احدهما اعظم والاخر اصغر
فان كان المقسوم عليه اعظم ضربنا المقسوم في ظل تمام قوس المقسوم عليه
فما خرج فهو الجيب المطلوب وبالعكس محال لما مر واما الصورة الثالثة
وهو ان يكون المط من ضرب جيب في ظل ظل فان كان الظل المضروب فيه
اعظم من نصف القطر قسمنا الجيب على ظل تمام قوسه فما حصل فهو الظل المط

فان

ان كانا

فان كان اعظم من نصف القطر قسمنا الواحد عليه فما حصل فهو ظل تمام
قوس المط فيمكن ان يقوس في الجدول الاقل من الثمن وهكذا في كل ظل
يكون اعظم من نصف القطر وارد نا معرفة قوسه من الجدول واما ان
كان الظل المضروب فيه اصغر من نصف القطر كان الظل المط ايضا اصغر
كما مر واما الصورة الرابعة وهو ان يكون المط من قسمة جيب على ظل
ظل وفان كان المقسوم عليه اعظم من نصف القطر ضربنا الجيب في
ظل تمام قوس المقسوم عليه فما حصل فهو الظل المط واما الصورة
الخامسة وهو ان يكون المط من قسمة ظل على جيب ظل وفان كان المقسوم
اعظم من نصف القطر قسمنا ظل تمام المقسوم على الجيب فما حصل فهو
ظل تمام قوس المط وذلك لما بينا ان الخارج من قسمة ظل قوس والخارج
من قسمة ظل تمامها على مقدار واحد ظل قوسين احدهما تمام الاخرى

مد ضربنا

وهذه القوانين يختص بمقادير اربعة يكون احدها نصف القطر
فان لم يكن كذلك وكانت جيبين وظلين كيف اتفق زاد في العمل ضرب
او قسمة والوجه فيه على قياس ما تقدم ظاهر فاذن قد ظهر ان العمل في
جميع الابواب مع الاقتصار على معرفة الهيئة التي هي اقل من الثمن من اظلالها
التي هي اقل من نصف القطر وبالعكس ممكن وذلك بسبب القدح الواقع في
الاوهام العامية في هذا الشكل بسببه

الفصل السابع

في تمام الكلام في كيفية التوصل من المعلومات الى المجهولات في المثلثات القوسية

قد مر في الفصل الرابع ان النسب البسيطة يشتمل على اربعة حدود ولابد
في التوصل الى المعلومات من المجهولات بطريق النسبة من العلم بثلثة
منها حتى يتوصل منها الى ثلثة اشياء من هذه الستة في كل مثلث معلوم
لم يمكن تعرف ما فيها اما المثلثات القائمة الزاوية فيها احدى الزوايا

سو بثلثة

الرابع المجهول وكل مثلث يشتمل على ثلثة اضلاع وثلثة زوايا فاذن ما لم يكن باقيها

اعني

اعني القائمة معلومة ابدا ويكفي في تعرف مجهولاتها معلومان من غير القائمة
فذانك المعلومان اما ان يكونا ضلعين او ضلعا وزاوية او زاويتين
فان كانا ضلعين فاما ان يكون المحيطين بالقائمة او يكون احدهما وترها
وان كانا ضلعين وزاوية فاما ان يكون الضلع وتر القائمة او وتر المعلوم
او الضلع الباقي وهذه ستة ضروب والقانون في كل ضرب انما ان
يكون من الشكل المغني او من الشكل الظلي ونحن نوردها جميعا ونقتصر
على موامرات الاعمال مجردة عن البراهين فان البراهين قد تبين فيما مر

يكونا

سو ضلعا

استخراج المجهولات من المعلومات في المثلثات القائمة الزاوية على قانون

المغني الضرب الاول وليكن المعلوم وتر القائمة وضلعا
آخر فلما ظهر في الفرع الاول للمغني نضرب جيب تمام وتر القائمة في نصف
القطر ونقسم على جيب تمام الضلع المعلوم حتى يحصل جيب تمام الضلع

نضرب ١٣

المجهول والزوايا المجهولة تعرف بحكم اصل المعنى جيب وتر الزاوية
المجهولة في نصف القطر ويقسم على جيب وتر الزاوية القايمة فما حصل
فهو جيب الزاوية المجهول الضرب الثاني وليكن المعلوم المحيطين بالقايمة
فيحكم الفرع الاول يضرب جيب تمام احدهما في جيب تمام الاخر ويقسم
على نصف القطر يحصل جيب تمام وتر القايمة ويستخرج الزوايا من
الاضلاع كما مر في الضرب الاول بعينه الضرب الثالث وليكن
المعلوم زاوية غير القايمة وترها فاذا وصل المعنى يضرب جيب الضلع
المعلوم في نصف القطر ويقسم الحاصل على جيب الزاوية المعلومة فما
يحصل فهو جيب وتر القايمة ويعرف بمثل ما مر في الضرب الاول
الضلع والزاوية اليافيتين الضرب الرابع وليكن المعلوم زاوية غير
القايمة ووتر القايمة فاذا وصل المعنى يضرب جيب الزاوية المعلومة في جيب

اليافيتان

وتر

وتر القايمة ويقسم الحاصل على نصف القطر فيحصل جيب وتر الزاوية المعلومة
ويعرف الضلع والزاوية اليافيتين بمثل ما مر في الضرب الاول الضرب
الخامس وليكن المعلوم زاوية غير القايمة والضلع الذي بينهما وبين القايمة
فللفرع الثاني يضرب جيب الزاوية المعلومة في جيب تمام الضلع المعلوم
ويقسم على نصف القطر فما حصل فهو جيب تمام الزاوية الموتره بالضلع
المعلوم ويعرف الضلعين اليافيتين بمثل ما مر في الضرب الثالث
الضرب السادس وليكن المعلوم الزاويتين غير القايمة فللفرع الثاني
يضرب يضرب جيب تمام احدى الزاويتين في نصف القطر ويقسم
على جيب الزاوية الاخرى فما حصل فهو جيب تمام وتر الزاوية الاولى
ويعرف الضلعين اليافيتين بمثل ما مر في الضرب الثالث واما
على قانون الظل فالضرب الاول والمعلوم فيه ضلعان احدهما وتر القايمة

تمام

فللفرع الاول للظلي يضرب ظل تمام وتر القايمة في نصف القطر ويقسم على
ظل تمام الظل الاخر فما حصل فهو جيب الزاوية الواقعة بين الضلعين
المعلومين ولاصل الظلي يضرب ظل هذه الزاوية التي صارت معلومة
في جيب الضلع الواقع بينها وبين القايمة ويقسم على نصف القطر فما
حصل فهو ظل وتر تلك الزاوية وللفرع الثاني يضرب ظل الزاوية المعلومة
في جيب تمام وتر القايمة ويقسم على نصف القطر فيحصل ظل تمام الزاوية
الباقية او للفرع الاول يضرب ظل تمام وتر القايمة في نصف القطر و
يقسم على ظل تمام الضلع الواقع بين الزاوية المجهولة والقايمة فما حصل
فهو جيب تمام الزاوية المجهولة الضرب الثاني والمعلوم فيه ضلعا
القايمة فلاصل الظلي يضرب ظل احدهما في نصف القطر ويقسم على
جيب الضلع الاخر فما حصل فهو ظل الزاوية الموتورة بالضلع الاول ومثال

تمام

ذلك

ذلك يعرف للزاوية الاخرى واما المعرفة وتر القايمة فللفرع الاول يضرب
جيب تمام احدى الزاويتين في ظل تمام الضلع الواقع بينها وبين القايمة و
يقسم على نصف القطر فما حصل فهو ظل تمام وتر القايمة او للفرع الثاني
يضرب ظل تمام احدى الزاويتين في نصف القطر ويقسم على ظل الزاوية الاخرى
فما حصل فهو جيب تمام وتر القايمة الضرب الثالث والمعلوم فيه زاوية غير
القايمة ووترها فلاصل الظلي يضرب ظل الضلع المعلوم في نصف القطر
ويقسم على ظل تلك الزاوية فما حصل فهو جيب الضلع الواقع بين الزاوية
المعلومة والقايمة ويعرف باقي المجهولات بمثل ما مر في الضرب الثاني
الضرب الرابع والمعلوم فيه زاوية غير القايمة ووتر القايمة فللفرع الاول
يضرب ظل تمام وتر القايمة في نصف القطر ويقسم على جيب تمام الزاوية
المعلومة فما حصل فهو ظل تمام الضلع الواقع بين الزاوية المعلومة والقايمة

الزاوية

نضرب

ويعرف باقي المجهولات بمثل ما مر في الضرب الاول الضرب الخامس والمعلوم
فيه زاوية غير القائمة وضلع يقع بينهما فاذا وصل الظل يضرب ظل ذلك
الزاوية في جيب ذلك الضلع ونقسمه على نصف القطر فما حصل فهو ظل وتر
تلك الزاوية ويعرف باقي المطالب بمثل ما مر في الضرب الثاني والثالث
الضرب السادس والمعلوم فيه الزوايا كلها فالمفزع الثاني يضرب ظل
تمام احدى الزاويتين في نصف القطر ونقسمه على ظل الزاوية الاخرى فما حصل
فهو جيب وتر القائمة وتعرف باقي المطالب بمثل ما مر في الضرب الرابع
طرق واعلم ان الغرض من ايراد هذه الموامرات ليس هو حصر طرق استخراج
المجهولات بل الغرض هو بيان ان استخراج كل واحد من المجهولات في
المثلثات القائمة الزاوية الذي عليه بنا معظم الصناعة بكل واحد من الشكلين
ممكن فان استخراج الموامرات من البراهين على الفطن الواقف على اصولها

اسهل

اسهل من حفظها وضبطها بالتقليد واذا روعي ما ذكر من خواص الظل الطرف المخصوصة في مع
بالشكل الظلي صارت الموامرات في استخراج مطلوب واحد ببرهان واحد كثيرة مثاله
نرسم مثلث ا ب ج القوسي القائم الزاوية فيحكم اصل الظلي ان كان ضلع ا ب وزاوية معلومة من
وزاوية ب قائمة وجعلنا نصف القطر واحدا واردنا ان نعرف ضلع ب ج فكما يحصل
من ضرب ظل زاوية ا في جيب ضلع ا ب ظل ب ج يحصل من قسمة ظل تمام زاوية ا ظل ب ج
ظل تمام ا ب ج ومن قسمة جيب ضلع ا ب على ظل تمام زاوية ا على جيب ا ب

وايضا ان كان المعلوم ضلع ب ج على ظل زاوية ا جيب ضلع ا ب يحصل من ضرب ب ج في
ظل تمام زاوية ا او من نسبة ظل تمام زاوية ا على ظل تمام ب ج او يضرب ظل تمام ب ج في ظل زاوية
ا او نقسم ظل تمام ب ج على ظل تمام زاوية ا وقسمة الواحد على خارج القسمة ذلك او من قسمة ظل ا ب
على جيب تمام زاوية ا ظل ا ج وكما يحصل من قسمة ظل تمام ا ج على ظل تمام ا ب جيب تمام زاوية
وزاوية ا والمضلع ا ب فكما يحصل من قسمة ظل ب ج

ا يحصل من قسمة ظل اب على ظل اه او من ضرب ظل اب في ظل تمام اد او من ضرب اد في ظل تمام
اب او من قسمة ظل اد على ظل اب وقسمة الواحد على خارج القسمة ذلك والفرع الثاني كما يحصل
من ضرب ظل زاوية ا في جيب تمام اد وظل تمام زاوية ح يحصل من قسمة جيب تمام اد على ظل
تمام زاوية ا ذلك ومن قسمة ظل تمام زاوية ا على جيب تمام اد ظل زاوية ا فظهر من هذا انه كان في المعنى
فضيلة ل في ايراد الحكم على الظل فضله كان للظل في اشاع الاعمال عليه ايضا فضيلة من وجه آخر وهذا
موجزا اوجز تمام الكلام في المثلثات القائمة الزاوية ولنتكلم على ساير المثلثات كلاما يوجز فان الحاجة
اليها اقل الكلام في ساير المثلثات اما المثلثات الحادة الزوايا والمنفرجة فيجب ان يكون في
كل واحد منهما ثلثة معلومات حتى يمكن ان يعرف بها معلوم آخر بطريق النسبة كما ذكرنا
فيما تقدم والمعلومات الثلثة اما ان يكون ضلعين وزاوية او زاويتين وضلعا او الاضلاع
لكن الثلثة او الزوايا الثلث وهذه ضروب اربعة لكون الاول والثاني ينقسمان الى قسمين فان
الاول الزاوية المعلومة اما ان يكون بين الضلعين المعلومين او يكون موترة باحدهما وفي

الثاني الضلع المعلوم اما ان يكون بين الزاويتين المعلومتين او يكون موترا لاحدهما فاذن
ضروب هذه المثلثات ايضا تصير ستة الضرب الاول ليكن المعلوم فيه ضلعين وزاوية
بينهما كضلعي اب اه وزاوية ا من مثلث اب ه ولنرسم قوسا من عظيمة تمر باحدى الزاويتين الجهتين
وبقطب وترها وليكن هو ب د فيكون زواياه د قائمة ويقع د داخل المثلث في حاد الزوايا
الثاني وفي منفرج الزاوية الذي يكون زاويتي ب غير منفرجة وخارجة في منفرج الزاوية الذي يكون
منفرجة احدى زاويتي اه فيقع في جهة المنفرجة ويكون في مثلث اب د ضلع اب وزاويتا معلومتين
فيصير باقي اضلاعه وزواياه معلومة كما مر في الضرب الرابع من المثلثات القائمة الزاوية
باقي فيكون في مثلث ب ع د ضلعا اب ع د معلومين ويصير في اضلاعه وزواياه معلومة كما مر

في الضرب الثاني منهما فيصير زاويتا ب ح وضلع ب ح محكم الشكلين اعني المغني والظلي معلومة

وجه آخر نخرج ضلعي د ا د ب الى ان يصير ه د ه ح د ح ه د ه د ح د ه د ح د ه د ح

يصير زاوية د معلومة وعلى الوجه العام نرسم قوس ب ج الغاية على ضلع ا د فيكون في مثلث ا ب ج

ضلع ا ب وزاويتا ا معلومين وزاوية ج كما يمر فيصير في اضلاعه وزواياه معلومة كما مر

معلومة ٤ في الضرب الرابع وفي مثلث ب ج د يصير ضلع ب ج معلوم ومنها يصير في الاضلاع والزوايا

معلومة كما مر في الضرب الاول من الضروب المذكورة فيصير في مثلث ا ب ج ضلع ا د وزاويتا ب ج

معلومة ٩ بالوجهين معلوم وبوجه آخر نخرج ب ا الى ان يتم ربعي د ب ويتم قطاع ب ه فيكون في مثلث

ا ه د الخامس الرابع الضرب الاول من الضروب الخامس

والعمل زاوية ا وضلع ا ه الذي هو تمام ب ا معلومين ويصير في الاضلاع والزوايا معلومة كما مر

ولكون ا د ه مثل ا ر د وعرض ر ه نصفين سار د ر ه بالقانونين معلومتين فيصير ضلع

ا د الباقي من ر د بعد ا المعلوم وزاوية ب التي هي بقدر ه معلومتين فيصير ايضا زاوية ج معلومة

التي هي كنسبة جيب ر ا الوحشي ومن نسبة ظل ا د الى ظل ر ه المعلومة بمثل ما مر وان اردنا اخر جنا من نسبة جيب ا د الى جيب د ه المعلومة التي هي كنسبة جيب ر د الى

جيب

جيب د ه ومن قوسي ا د المعلومتين كل واحد من قوسي ر د د ه ويبقى ضلع ا د قوس د ه التي

هي بقدر زاويتي ب معلومين الضرب الثالث ويكون المعلوم زاويتي وضلعا بينهما زاويتين

كزاويتي ب د وضلع ب د من مثلث ا ب د ونرسم قوسا من العظام تمر باحدى الزاويتين المعلومتين

ويقوم على وترها فليكن قوس ب ج ويكون في مثلث ب ج د ضلع ب د وزاويتا د معلومين و

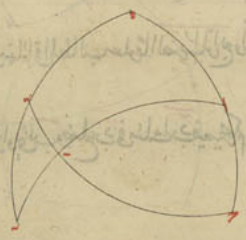
زاوية ج قائمة فيصير في الاضلاع والزوايا معلومة كما مر في الضرب الرابع وفي مثلث ا ب ج

يصير زاويتا ب وضلع ب ج معلومين فيصير في الاضلاع والزوايا معلومة كما مر في الضرب الخامس

ففي مثلث ا ب ج يصير زاويتا وضلعا ا ب ا د بالوجهين معلومة والشكل كما مر في الضربين اللذين

قبل هذا الضرب وبوجه آخر نخرج ضلعي د ب ج الى ان يتم ربعا د ه ويتم قطاع ه ب

ففي مثلث ب ج د يكون زاويتا ب ج وضلع ب ج معلومين ويصير في الاضلاع والزوايا معلومة



ولكون ده معلوما اعني زاوية د يصير في مثلث ز ا ضلع ره وزاوية ر معلومين

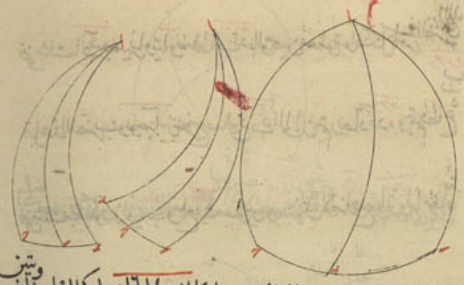
فيصير باقي الاضلاع والزوايا معلومة وفي مثلث ا ب د يصير زاوية ا وضلع ا ب وضلع

ا د معلومة كما مر البيان مرارا وبوجه آخر نرسم قوسا تمر بـ ا ونقوم على ب د فالظل يكون نسبة

ظل زاوية ب الى ظل زاوية د المعلومين كنسبة جيب قوس د ء الى جيب قوس ب ء فهي

معلومة وقوس ب د معلومة فيصير علم ولحق من قوسي ب ء د معلوم الملاقي والمقابلة

ويصير في مثلث ا د ء من معرفة ضلعي ا ب ب د وفي مثلث ا ء ح من ضلع ء د وزاوية د باقي



الاضلاع والزوايا ومنها باقي المطالب معلوما الضرب الرابع وليكن المعلوم زاويتين

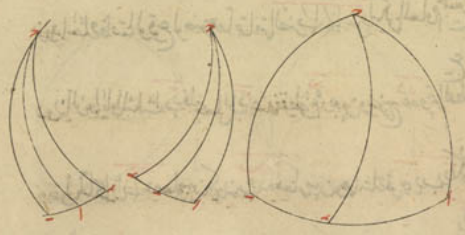
وضلع ليس بينهما كزاويتي ا ب وضلع ب د في مثلث ا ب د فيصير بحكم المعنى من كون نسبة

جيب زاوية ا الى جيب زاوية ب كنسبة جيب ضلع ب د الى ضلع ا د ضلع ا د معلوما

وعلى الوجه العام نخرج من د قوس د ء القائمة على ا ب في مثلث ر ب ء من جزء ب د

وبان كما تبين في الضرب الرابع من الضروب المذكورة ونخرج في مثلث ا د ء من معرفة

وزاوية ب



زاوية ا وضلع د ء كما تبين في الضرب الثالث باقي الاضلاع والزوايا معلومة فيصير المطالب

حاصلة كما مر وبوجه آخر يخرج د ا د ب الى ان يصير ا ء د ه ٩ المعنى ويتمم قطاع ه د ب و

ربعين

سم في ضلع ا د بمثل ما مر ثم زاوية د في ضلع ا ب كما تبين في الضرب الثاني من هذه الضروب

فاد يطول الكلام باعادته وفي هذه القطاعات ان كان الضلعان اللذان يحرجهما

الى الربع واحدهما اعظم من الربع نفصل منها ما هو اعظم من الربع ربعا ونرسم قوسا تمر بالطرفين

اللذين عندهما يتم الربع وتاوق الضلع الثالث فيتم القطاع ونبين المطلوب فيه ونحن نورد اختلافات الوقوع لوضوحها تمامة الضرب الخامس وليكن المعلوم جميع الاضلاع

دون الزوايا والمثلث ا ب ج فلنجعل ا ب ج عند نقطتي ب ه ربعين ويخرج ب ه ويتم القطاع

ونقول لما كان ا ب ج معلومين يكون ب ج ه معلومين وهما مثلا قوسي ب ر د لكون

زاويتي ب ه قائمتين فيكون نسبة جنبيهما كنسبة جنبي قوسيهما وهما ا ب ج فهي معلومة و ب ج

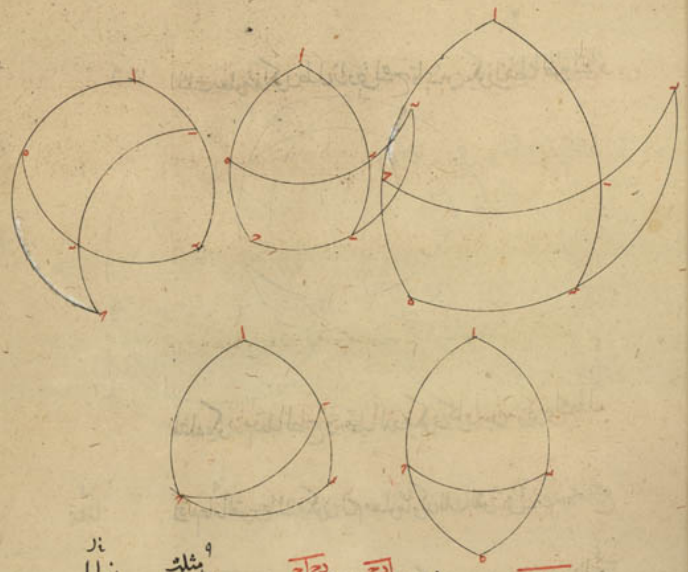
معلوم فيكون مثل ما مر في المقالة الثالثة كل واحد من قوسي ر د ر ب معلومين ونصير في

مثلثي ر ب ج ر د ه القائمتي الزاوية ضلعان معلومين فيصير قوسا ج ه معلومين ونصير

اعني زاوية ا معلومة وكذلك في الزاويتين الباقيتين فان كان احد الضلعين ربعا وليكن

ا د جعلنا ا ب ايضا ربعا ونرسم قوس ج ه فلكون ا ج معلوما وا ب ربعا يكون ب ج معلوما وفي مثلث

ضلعا



ضلعا ا ب ب ج معلومين ونصير في مثلث ا ب ج ضلعا ا ج ا ب معلومين ونصير زوايا مثلث زوايا

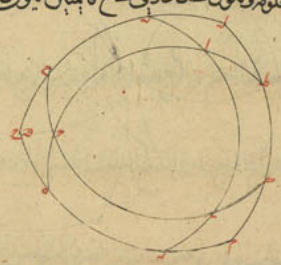
ا ب ج معلومة الضرب السادس وليكن المعلوم جميع الزوايا دون الاضلاع والمثلث

ا ب ج الى ان يصير ا ه ربعين و ب ا ب ج الى ان يصير ب ج ب ح ربعين و د ا ب الى ان يصير نخرج ا ح ح ح

د ك د ط ربعين ونرسم قوس ه ح ط ك من العظام ولياق عند نقطة ك ح نه يحدث

مثلث ك ح نه من القسي العظام فلكون زوايا ا ب ج الثلث معلومة يكون قوس ه ح ط ك

المثلث معلومة ولكون ط ل زاوية ك ح قائمتين يكون ل قطبا لقوس ك ح و



لمثله يكون م قطبا لط ح ونه قطبا لد فيكون كل واحدة من قوسي ك ط ل

ك م عاما القوس ط ل فيكون ل م معلوما وكذلك القول في ل نه م نه فاضلاع

تماما

مثلث ل م نه الثلثة معلومة ويصير بحكم الضرب الخامس من هذا الضرب

ك ح د ر ه ط

زواياه معلومة فيكون قسي ك ح ح ر ه معلومة ولكون كل واحدة

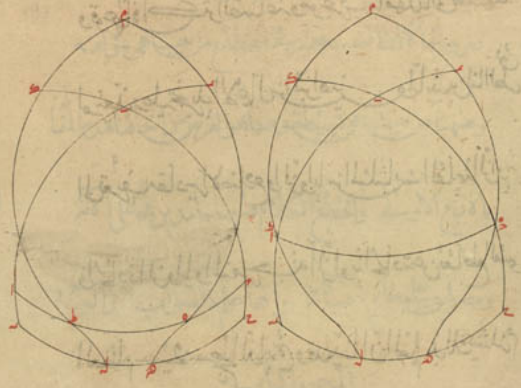
من قوسي ك د د ح ر هـ ليكون تمام ك ح من نصف الدور المعلوم ساويا

ساويا

لب د فب د معلوم وكذلك اب و اد فاذن اضلاع مثلث اب د معلومة

فان كان ضلع ربعا او اعظم من الربع كان الشكل هكذا

والبيان



والبيان معلوم مما مر وقس على ذلك ساير الاختلافات الممكنة

واستخراج المجهولات من المعلومات في هذين الضربين اعني الخامس

والسادس بقانون الشكل الظلي ان كان ممكنا فانا لا اعرفه

وان سنح لي معرفة الحقيقة بهذه الرسالة وما ذكرت موافقة

الاعمال في الضروب الستة الاخيرة مخافة من التطويل والقلة

وقوعها في اكثر الصناعة ومن يعرف ما مهدنا الى هاهنا
لم يتعذر عليه تجريد الاعمال من البراهين ولما يتبين لنا الطريق
الى تعريف مقادير الاضلاع والزوايا من المثلثات القائمة الزاوية
والحادة الزوايا والمنفرجة الزاوية الحادثة عن تقاطع القسي
العظام في سطح الدائرة وقد بينا ان العلم بذلك يستلزم
العلم بمقادير الاضلاع والزوايا من المثلثات السبعة التي
يحدث مع كل مثلث في سطح الكرة فقد تبين لنا كيفية
التوصل من المجهولات الى المعلومات في جميع المثلثات الحادثة
من القسي العظام في سطح الكرة على الاطلاق ولاح
مما مر كيفية رجوع هذه القوانين الى اشكال القطاع فان كل مثلث
يعتبر بعض زواياه الى مخيل قطاع يكون بعض اركانه ارتباطا

تعرف

يجعل

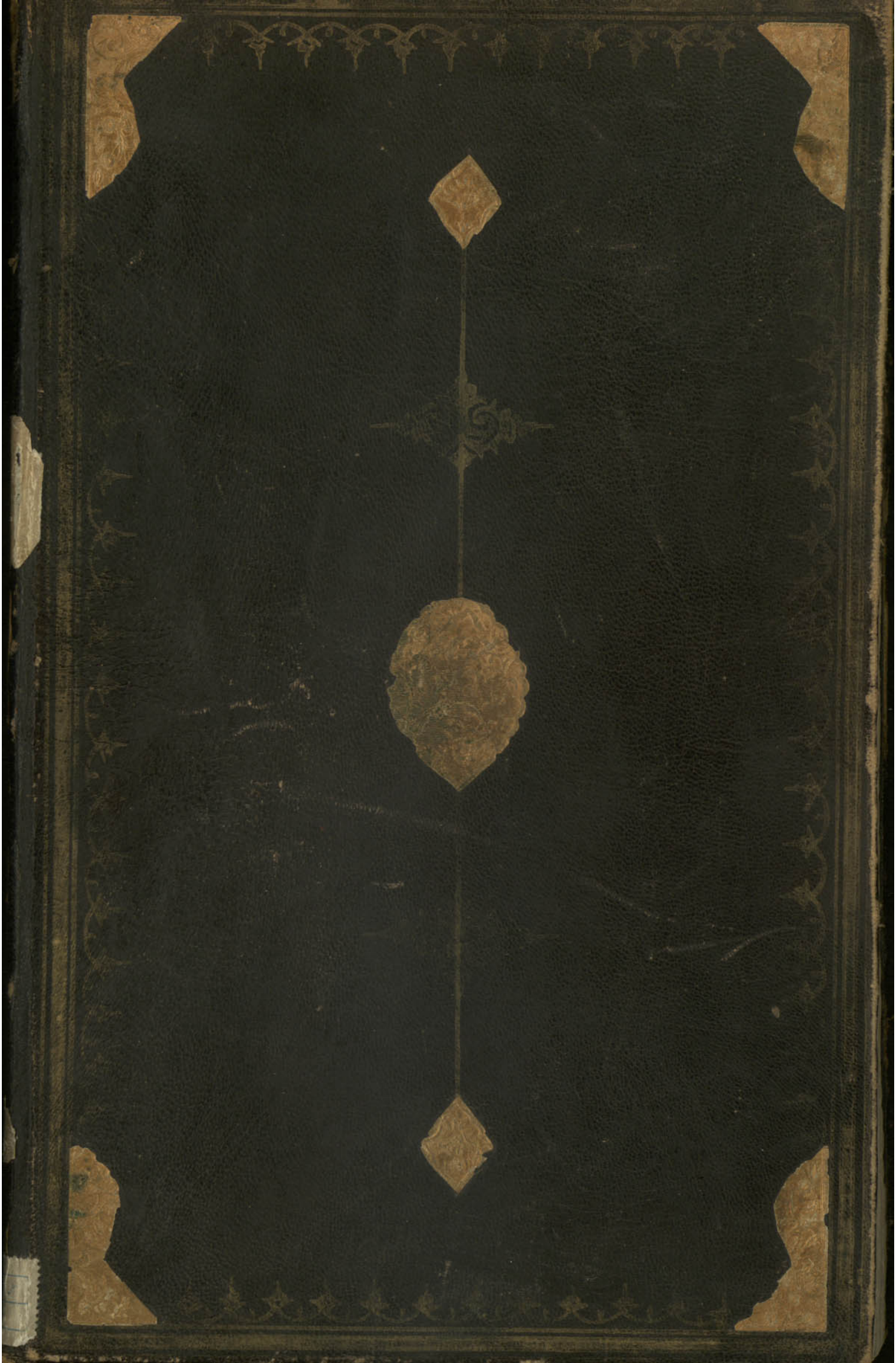
مزورية

كتابخانه مجلس شورای ملی

ضرورية الا ان النسب يعتبر في القطاع من حيث هي مؤلفة
وههنا من حيث هي بسيطة وهذا هو الغرض من الحاقنا هذه المقالة
بالاربع الاولى ولنقطع الكلام ههنا حامدين لله على الائه
ومصلين على خاتم انبيائه والله اعلم بالصواب واليه
المرجع والمآب

الاول

والحمد لله وحده

٢١

وفي النسخ هكذا وفي النسخ هكذا وفرغ المصنف دام الله دولته من تسويده في الحادي
والعشرين من جمادى الاولى من سنة ثمان وخمسين وستمائة هجرية وهو تاريخ النسخة
٦٥٨
المنتسخ منها هذه النسخة من خط علقه لنفسه احمد بن علي بن ابي الفرج بن البواب متع
ورزق التمتع باشاقه في منتصف جمادى الآخر من السنة المذكورة
٦٥٨